Zeeman-Effekt (ZEE)

Fortgeschrittenen Praktikum, SS 2008

Michael Ziller, Philipp Buchegger, Tobias Müller, Alexander Seizinger
Betreuer: Daniel Cano

Tübingen, den 20. Mai 2008

1 Auswertung

1.1 Messungen mit der Lummer-Gehrke-Platte

a) Zur Bestimmung von $\frac{e}{m_0}$ wurden bei äquidistantem Abstand der roten Linien das B-Feld gemessen.

Bei der Messung in Aufgabe 1a) wurde transversal zum Magnetfeld beobachtet. Aus den 16 Messwerten erhält man durch Mittelung:

$$B_{\text{Äquidistanz,transversal}} = (476.0625 \pm 24.1285)\mathrm{mT}$$

Bei der Messung in Aufgabe 3b) wurde dagegen longitudinal mit dem Magnetfeld beobachtet. Hier erhält man analog aus den 16 Messwerten:

$$B_{\text{Äquidistanz,longitudinal}} = (503.1250 \pm 26.5821)\mathrm{mT}$$

Aus der Versuchsanleitung ist die Dispersion $D = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 95,787\,{}^1/_{\mathrm{m}}$ für die rote Linie bekannt. Mit Gleichung (11) aus der Anleitung kann damit der freie Spektralbereich berechnet werden:

$$\delta\nu = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = c \cdot D = 299792458\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 95,787\,{}^1/_{\mathrm{m}} = 28.72\mathrm{GHz}$$

Aus den vorbereiteten Aufgaben ist bekannt, dass

$$g_{5^1D_2} = 1 + \frac{2(2+1) + 0(0+1) - 2(2+1)}{2 \cdot 2(2+1)} = 1$$

und somit

$$v_\sigma^\pm = v_0 \pm \frac{\mu_B}{h} B$$

Für die Frequenzverschiebung gilt also

$$|dv_\sigma^\pm| = \frac{\mu_B}{h} B = \frac{e}{4\pi m_0} B$$

Da wir bei das B-Feld bei äquidistanten Linien ermittelt haben ist hier

$$dv_\sigma^\pm = \frac{\Delta\nu}{4}$$

und somit

$$\frac{e}{m_0} = \frac{\Delta\nu\pi}{B_{\text{Äquidistanz}}}$$

Mit unseren Messwerte erhalten wir (mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung):

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_{\text{Äquidistanz}} = (1.895 \cdot 10^{11} \pm 9.474 \cdot 10^9)^{\mathrm{Kg}/\mathrm{C}}$$

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_{\text{Äquidistanz}} = (1.793 \cdot 10^{11} \pm 9.605 \cdot 10^9)^{\mathrm{Kg}/\mathrm{C}}$$

Der Literaturwert von $\frac{e}{m_0} = 1,759 \cdot 10^{11\mathrm{Kg}/\mathrm{C}}$ liegt zumindest bei der innerhalb des Messfehlers.

Aus dem Literaturwert von $\frac{e}{m_0}$ wäre ein B-Feld bei äquidistantem Abstand der Linien von

$$B_{\text{Äquidistanz}} = \frac{\Delta\nu\pi m_0}{e} = 512.03\mathrm{mT}$$

zu erwarten gewesen.

b) Wir bestimmen die Linienbreite $\delta\nu$ der roten Spektrallinie in Frequenzeinheiten

$$\frac{\delta\nu}{\Delta\nu} = \frac{B_{\text{Auflösung}}}{B_{\text{Koinzidenz}}} = \frac{B_{\text{Auflösung}}}{2 \cdot B_{\text{Äquidistant}}}$$

$$\delta\nu = \Delta\nu \frac{B_{\text{Auflösung}}}{2 \cdot B_{\text{Äquidistant}}}$$

$$\delta\nu_{\text{transversal}} = 5.574 \pm 0.698\mathrm{GHz}$$

$$\delta\nu_{\text{longitudinal}} = 5.274 \pm 0.665\mathrm{GHz}$$

Die natürliche Linienbreite wird berechnet durch

$$\delta\nu_{\text{nat}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\tau_a} - \frac{1}{\tau_b}\right) \approx 7.873\mathrm{MHz}$$

Die Linienbreite durch den Dopplereffekt für Cadmium ($M_{\text{Cd}} = 112u$) und bei einer angenommenen Temperatur von $T = 350K$ berechnet sich wie folgt:

$$\delta\nu_{\text{Doppler}} = 7.14 \cdot 10^{-7} \cdot \nu_0 \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.14 \cdot 10^{-7} \cdot 465\mathrm{THz}\sqrt{\frac{350}{112}} = 588.16\mathrm{MHz}$$

Die Verbreiterung der Linien durch das inhomogene Magnetfeld ist bei rotem Licht

$$\delta\nu_{\text{inhomogen}} = \frac{\mu_B}{h}\Delta Bm = 104.97\mathrm{MHz}$$

Wie man sieht ist der Dopplereffekt der dominante Beitrag, allerdings sind wir trotzdem eine Größenordnung von der erwarteten Linienbreite entfernt. Das ist auf das sehr ungenaue und subjektive Ablesen der Linien, sowohl

bei Äquidistanz als auch bei Kohärenz zurückzuführen.

$$\delta\nu_{\text{theo}} = \delta\nu_{\text{nat}} + \delta\nu_{\text{Doppler}} + \delta\nu_{\text{inhomogen}} = 701\text{MHz}$$

c) Wir bestimmen die Finesse der Lummer-Gehrcke-Platte für die rote Linie

$$F^* = \frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = \frac{B_{\text{Koinzidenz}}}{B_{\text{Auflösung}}} = \frac{2 \cdot B_{\text{Äquidistant}}}{B_{\text{Auflösung}}}$$

$$F^*_{\text{transversal}} = 5.152 \pm 0.65$$

$$F^*_{\text{longitudinal}} = 5.44 \pm 0.69$$

Das Auflösevermögen wird durch $A = F^* \cdot m$ bestimmt, wobei für $m = \frac{\nu}{\Delta\nu} = 1.62 \cdot 10^3$ gilt. Daraus erhält man

$$A_{\text{transversal}} = 8.36 \pm 1.05 \cdot 10^4$$

$$A_{\text{longitudinal}} = 8.83 \pm 1.11 \cdot 10^4$$

1.2 Messungen mit dem Fabry-Pérot-Etalon

a) In der Versuchsanleitung wurde im Anhang gezeigt, dass für die Dispersion D des Fabry-Pérot-Etalons gilt

$$D = \frac{1}{2dn}$$

wobei d den Durchmesser des Etalons und n die Brechzahl des Glases sei. Mit $n \approx 1.5205$ und $d = (2,93 \pm 0.09)\text{mm}$ erhält man

$$D = 0.11223\,{}^1/_{\text{mm}}$$

und mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung für den Fehler ΔD

$$\Delta D = \frac{\Delta d}{2nd^2} = 0.00344\,{}^1/_{\text{mm}}$$

Für den freien Frequenzbereich $\Delta\nu$ ergibt sich damit

$$\Delta\nu = cD = 112.23 \cdot 2.998 \cdot 10^8\text{Hz} = 3.365 \cdot 10^{10}\text{Hz} = 33.65\text{GHz}$$

und dessen Fehler

$$\Delta(\Delta\nu) = c\ \Delta D = 1.03 \cdot 10^9\text{Hz} = 1.03\text{GHz}$$

b) Aus den gemessenen Werten des B-Felds bei äquidistanter bzw. koinzidenter Linienaufspaltung können wir bei bekanntem Verhältnis $\frac{h}{\mu_0}$ den Lande-Faktor g_J berechnen. Um die Genauigkeit zu verbessern berechnen wir g_J jeweils aus den Werten der Teilaufgaben 2b, 4a, 4b und bilden anschliessend den Mittelwert.

- Transversal, Koinzidenz $B_1 = 0.524\text{T}$

$$g_1 = g_{2b} = \frac{\Delta\nu}{2}\frac{h}{\mu_B}B_1^{-1} = 2.294$$

- Longitudinal, Äquidistanz, $B_2 = 0.308\mathrm{T}$

$$g_2 = g_{4a} = \frac{\Delta\nu}{4}\frac{h}{\mu_B}B_2^{-1} = 1.951$$

- Longitudinal, Koinzidenz, $B_3 = 0.568\mathrm{T}$

$$g_3 = g_{4b} = \frac{\Delta\nu}{2}\frac{h}{\mu_B}B_3^{-1} = 2.116$$

Als Mittelwert der obigen Messungen ergibt sich

$$g = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} g_i = 2.120$$

Aus theoretischen Überlegungen folgt unter Vernachlässigung von Korrekturtermen der Quantenelektrodynamik

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

In unserem Fall ist $S = 1$, $L = 0$, also $J = L + S = 1$ und daher

$$g = 1 + \frac{2+2-0}{4} = 2$$

Der von uns experimentell bestimmte Wert liegt also um 6% höher als der theoretisch Vorhergesagte.

c) Berechnung der Koinzidenzfelder für die vier verschiedenen Spektrallinien.

a) Rot:

$$B_{\text{Koinzidenz}} = \frac{\delta\nu}{2}\frac{h}{\mu_B g_{D_2^1}} = \frac{33,65}{2}\text{Ghz}\frac{1}{2\cdot 1,4\cdot 10^10}\frac{T}{Hz} = 1201,6mT \tag{1}$$

b) Violett:

$$B_{\text{Koinzidenz}} = \frac{\delta\nu}{2}\frac{h}{\mu_B g_{S_1^3}} = \frac{33,65}{2}\text{Ghz}\frac{1}{1,4\cdot 10^10}\frac{T}{Hz} = 600,8mT \tag{2}$$

c) Grün: Es gilt:

$$\nu_{\sigma^\pm}(B) = \nu_0 \pm \frac{\mu_B}{h}B(m_1 g_S - m_2 g_P) \tag{3}$$

Hier sind $g_S = 2$ und g_P =1.5 Für den Schwerpunkt des Tripels ergibt sich dann mit $m_1 = 0$ und $m_2 = \pm 1$:

$$\delta\nu(B) = \pm\frac{\mu_B}{h}Bg_P = \pm 1,5\frac{\mu_B}{h}B \tag{4}$$

Im Fall von Koinzidenz gilt $\delta\nu = \frac{\Delta\nu}{2}$. Damit folgt:

$$B_{\text{Koinzidenz}} = \frac{\Delta\nu h}{3\mu_B} = 801,2mT \tag{5}$$

d) Blau:

$$\nu_{\sigma^\pm}(B)\nu_0 \pm \frac{\mu_B}{h}B(m_1)g_S - g_P) \tag{6}$$

Mit $g_S = 2$ und $g_P = 1,5$. Damit folgt:

$$\delta\nu_S = \frac{\mu_B}{h} B(\frac{2+1,5}{2}) \tag{7}$$

$$B_{\text{Koinzidenz}} = \frac{\Delta\nu h}{3,5\mu_B} = 686,7mT \tag{8}$$

Farbe	Theoretische Feldwerte $B_{\text{Koinzidenz}}$ in mT	Gemessene Felder longitudinal in mT	Gemessene Felder transversal in mT
Rot	$1201,6$	-	-
Violett	$600,8$	$568,5 \pm 30$	$524,3 \pm 33,6$
Grün	$801,2$	$759,6 \pm 30,8$	$729,4 \pm 57,6$
Blau	$686,7$	$608,5 \pm 49,6$	$571,5 \pm 36,1$

Vergleich theoretische Feldstärken für das Koinzidenzfeld mit gemessenen.

Die theoretischen Werte liegen ungefähr innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen.

e) In diesem Abschnitt sollte die Linienbreite $\delta\nu$, das Auflösungsvermögen A, die Finesse F* und der Finessfaktor F bestimmt werden. Es gilt:

$$\delta\nu = \frac{B_{\text{Auflösung}}}{B_{\text{Koinzidenz}}} \Delta\nu \tag{9}$$

Für den Refelxionskoeffizienten gilt:

$$r_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+F}}{-\sqrt{F}} \tag{10}$$

Negative Reflexionskoeffizienten werden hier nicht betrachtet.

Transversal	Rot	Violett
$B_{\text{Aufl.}}$ in mT	$298,9 \pm 30,35$	$132,58 \pm 26,1$
Linienbreite $\delta\nu$ in Ghz	$8,3 \pm 0,22$	$8,5 \pm 0,45$
Auflösung $A = \frac{\nu}{\delta\nu}$	$5,6142 \cdot 10^4$	$7,5 \cdot 10^4 \pm 6,22 \cdot 10^{-12}$
Finesse $F* = \frac{\Delta\nu}{\nu}$	$4,054 \pm 0,12$	$3,958 \pm 0,118$
Auflösung $A = F * \cdot m = F * \frac{\nu}{\delta\nu}$	$5,613 \cdot 10^4 \pm 1,661 \cdot 10^3$	$5,481 \cdot 10^4 \pm 1,634 \cdot 10^3$
Finessefaktor $F = (\frac{2F*}{\pi})^2$	$6,66 \pm 0,394$	$6,35 \pm 0,378$
Reflexionskoeffizent: r	$0,684$	$0,679$
Longitudinal		
$B_{\text{Aufl.}}$ in mT	$305,3 \pm 27,1$	$154 \pm 25,1$
Linienbreite $\delta\nu$ in Ghz	$8,5 \pm 0,2$	$9,88 \pm 0,44$
Auflösung $A = \frac{\nu}{\delta\nu}$	$5,4821 \cdot 10^4$	$6,4908 \cdot 10^4$
Finesse $F* = \frac{\Delta\nu}{\nu}$	$3,959 \pm 0,118$	$3,41 \pm 0,101$
Auflösung $A = F * \cdot m = F * \frac{\nu}{\delta\nu}$	$5,482 \cdot 10^4 \pm 1,634 \cdot 10^3$	$47,221 \cdot 10^4 \pm 1,384 \cdot 10^3$
Finessefaktor $F = (\frac{2F*}{\pi})^2$	$6,35 \pm 0,320$	$4,71 \pm 0,276$
Reflexionskoeffizent: r	$0,6825$	$0,6402$

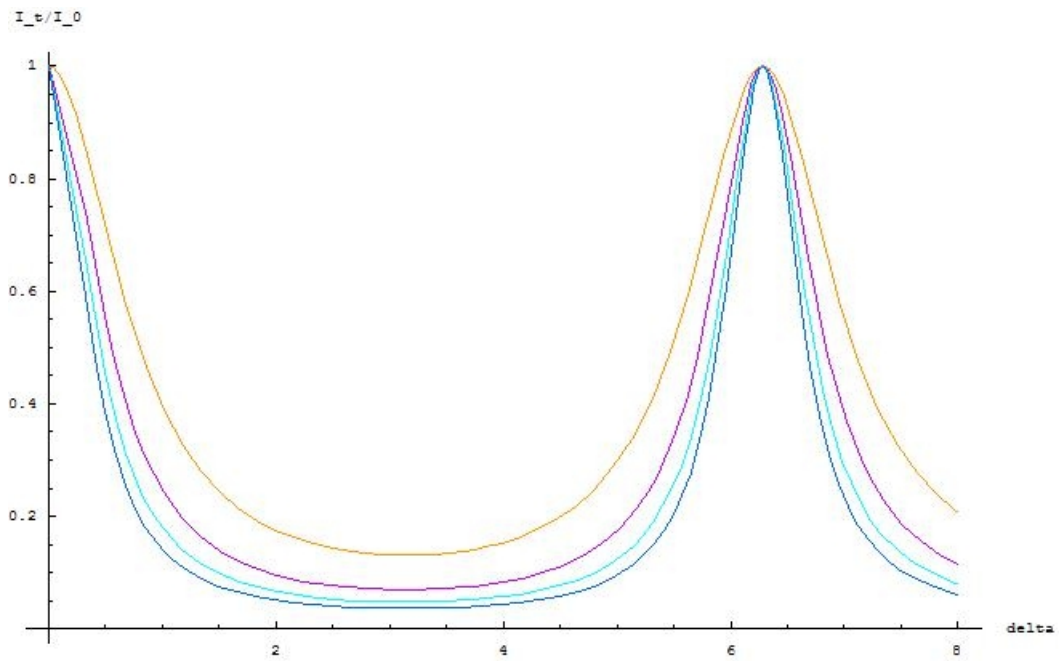

Abbildung 1: Durchlassfunktion des Fabry-Perot-Etalons für verschiedene Finessewerte

(1) Transversal mit LGP B =

(a) (α) 3 Linien
(β) 1 "
(γ) 2 "

(b)

Tobi:	450	480	530	504
Ziller	438	460	440	505
Toon	480	467	478	468
Alex	501	482	460	474

(c)

Tobi	190	168 ~~170~~	200	199
Ziller	226	156	164	174
Toon	139	190	206	178
Alex	208	140	180	189

(d)

Grün: ⊥: 2 ∥: 1

Blau: ⊥: 2 ∥: 1

2b)

Grün:

Toon:	688			
Tobi:	664	810	760	790
Ziller:	716	678		

Blau:

Tobi:	580	575	579	510	
Toon	619	568	525	516	

Violett.

Toon:	490	539	560	530
Tobi	535	480	500	526
Ziller:	490	556	576	530

2c)

Violett:	120	139	124	147	Ziller
	107	160	150	90	Toon
	185	119	110	140	Tobi
Rot:	296	314	328	340	Tobi
	300	289	260	272	Toon
	350	276	256	306	Ziller

3 (a)

Rot:

515	493	470	470	554	Toon	
504	510	498	534	526	Tobi	546
472	500	460	510	490	Ziller	

(b)

200	167	190	187	235	Ziller
149	180	206	183	173	Tobi
154	184	180	210	174	Toon

4 a)

Blau:

Tobi	357	389	345	369	377
Toon	354	370	380	400	356
Ziller	337	326	384	370	356

Violett:

Tobi	326	296	294	290	327
Ziller	306	318	317	310	308
Toon	324	316	297	284	310

(b)

Grün:

Toon	600	608	620	665	716
[Ziller	573	608	610	629	580] Violett
Tobi	554	576	558	567	570
Ziller	630	626	688	560	590

Violett.

Tobi	557	570	572	516	559
Toon	560	534	540	570	549

Grün:

Ziller:	720	696	744	760	750
Tobi:	758	797	790	730	729
Toon:	774	786	780	796	784

(c) Rot

Toon:	285	273	274	270	305
Ziller	344	359	350	288	309
Alexe	310	299	325	310	299

Violett

Tobi:	155	170	190	190	206
Toon:	150	136	150	126	158
Ziller:	130	110	149	150	140