Josephson-Kontakt (JKO)

Fortgeschrittenen Praktikum, SS 2008

Philipp Buchegger, Tobias Müller, Alexander Seizinger
Betreuer: Prof. Dieter Koelle

Tübingen, den 6. Mai 2008

1 Einführung

Trennt man zwei Supraleiter durch eine dünne ($\approx \mathrm{nm}$) nicht supraleitende Barriere so beabachtet man solange eine kritische Stromstärke I_C nicht überschritten wird das Fließen eines Suprastroms. Eine Solche Anordnung wird als **Josephson-Kontakt** bezeichnet. Im Folgenden werden wir Strom-Spannungskennlinien und das Verhalten eines Josephsonkontakts in Abhängigkeit verschiedener Einflüsse wie externem Magnetfeld oder eingestrahlter Mikrowellenstrahlung untersuchen.

2 Theorie

2.1 NIS/SIS-Kontakte

Von einem **NIS-Kontakt** spricht man, wenn ein Normalleiter mit einem Supraleiter durch einen dünnen, typischerweise wenige nm dicken Isolator getrennt wird. Aufgrund des geringen Abstands ist die Tunnelwahrscheinlichkeit prinzipiell so groß, dass ein messbarer Tunnelstrom fließen kann, sofern es ferie Zustände gibt, die die tunnelnden Elektronen besetzen können. Bei zwei Normalleitern ist dies bei Temperaturen $T > 0$ stets der Fall, bei einem NIS-Kontakt jedoch nur, wenn die Elektronen des Normalleiters nach dem Tunneln Zustände oberhalb der Energielücke Δ des Supraleiters besetzen können. Ab einer externen Spannung $U = \frac{\Delta}{e}$ verschiebt sich die Fermi-Energie des Normalleiters (vgl. Abbildung c) so weit nach oben, dass Elektronen tunneln können. Die tunnelnden Teilchen sind in allen Fällen einzelne Elektronen.

Aufgrund von
Copright entfernt

Abbildung 1: Zustandsdichte im NIS-Kontakt bei verschiedenen externen Spannungen [BK04]

Analog dazu handelt es sich bei einem **SIS-Kontakt** um zwei Supraleiter, die durch eine nichtleitende Barriere getrennt werden. Werden zwei gleiche Supraleiter verwendet, d.h. die Energielücke Δ ist gleich groß, so können erst dann einzelne Elektronen tunneln, wenn durch das Anlegen einer externen Spannung $U = \frac{2\Delta}{e}$ die Energielücke überbrückt wird. Im Unterschied zum NIS-Kontakt können jedoch ganze Cooper-Paare tunneln, es fließt ein Spannungsfreier Suprastrom. Wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, bricht dieser ab einer kritischen Stromstärke jedoch zusammen und es fällt eine Spannung ab.

Abbildung 2: Zustandsdichten im SIS-Kontakt bei verschiedenen externen Spannungen [BK04]

2.2 Josephson-Effekt

Wie wir im Versuch **Supraleitung** bereits gesehen haben, ist in einem Supraleiter die Cooper-Paar-Dichte proportional zum Betragsquadrat $\|\Psi(\vec{r},t)\|^2$ der makroskopischen Wellenfunktion $\Psi(\vec{r},t) = \Psi e^{i\varphi(\vec{r},t)}$. Betrachten wir nun einen SIS-Kontakt so ist die Phase ihrer makroskopischen Wellenfunktionen im Allg. unterschiedlich, wobei $\Psi_1(\vec{r},t) = \Psi_1 e^{i\varphi_1(\vec{r},t)}$ und $\Psi_2(\vec{r},t) = \Psi_2 e^{i\varphi_2(\vec{r},t)}$ die beiden supraleitenden Bauteile beschreiben sollen. Aus dem Versuch Supraleitung wissen wir auch, dass die Stromstärke $\vec{j}$ im Supraleiter durch

$$\vec{j} = \frac{q_S}{m_S}\|\Psi\|^2(\hbar\vec{k} - q_S\vec{A}) \tag{1}$$

gegeben ist, wobei q_S die Ladung eines Cooper-Paares ist. Weiterhin definieren wir uns die Funktion $\delta(x)$ durch

$$\delta(x) := k_x x - q\int_{x_0}^{x} A_x dx = \varphi(x) - q\int_{x_0}^{x} A_x dx \tag{2}$$

In Gleichung 1 eingesetzt ergibt sich

$$j_x = \frac{q_S}{m_S}\|\Psi\|^2\hbar\partial_x\delta(x) \tag{3}$$

Der Suprastrom über die normalleitende Barriere ist also proportional zur Phasendifferenz $\delta(x_2) - \delta(x_1)$ wobei x_1 einen Punkt im Supraleiter vor der Barriere und x_2 im Supraleiter hinter der Barriere bezeichne. Wir definieren daher die **eichinvariante Phasendifferenz** δ allgemein durch

$$\delta = \delta(\vec{r}_2) - \delta(\vec{r}_1) = \varphi(2) - \varphi(1) - \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_1^2 \vec{A}d\vec{l} \tag{4}$$

wobei $\Phi_0 = \frac{h}{q_S}$ das aus dem letzten Versuch bekannte magnetische Flussquant bezeichnet. Entwickeln wir den Suprastrom j_S nun in eine Fourrierreihe

$$j_S(\delta) = \sum_k j_{c,k} \sin(k\delta) + \tilde{j}_{c,k} \cos(k\delta) \tag{5}$$

Aufgrund der Zeitumkehrinvarianz ($j_S(-\delta) = -j_S(\delta)$) des Problems verschwinden die geraden Terme und wir erhalten

$$j_S(\delta) = \sum_k j_{c,k} \sin(k\delta) \tag{6}$$

Für kleine Schwachstellen konvergiert diese Entwicklung sehr schnell, brechen wir diese Entwicklung schon nach dem ersten Glied ab erhalten wir die **erste Josephsongleichung**

$$j_S = j_c \sin(\delta) \tag{7}$$

mit $j_c = j_{c,1}$.
Differenzieren wir δ so erhalten wir mit $\dot{\vec{A}}d\vec{l} = \dot{\Phi} = -U_{ind}$

$$\dot{\delta} = \dot{\varphi}(2) - \dot{\varphi}(1) - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \dot{\vec{A}}d\vec{l} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} + U_{ind} \tag{8}$$

Bezeichne nun U die gesamte Spannung (induzierte und angelegte Spannung) so erhalten wir die **zweite Josephsongleichung**

$$\dot{\delta} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \tag{9}$$

Gleichung 9 liefert uns also für $U = 0$ eine konstante Phase δ_0, gemäß Gleichung 7 fließt ein Suprastrom $I_S = I_c \sin(\delta_0)$. Für $U = U_0 \neq 0$ ergibt sich durch Lösen von 9 mittels Trennung der Variablen und anschließendem Einsetzen in 7 ein Wechselstrom

$$I_S = I_c \sin(\delta_0 + 2\pi\nu t) \tag{10}$$

der Frequenz $\nu = \frac{U}{\Phi_0}$.

2.3 RCSJ-Modell

Der Grundgedanke des RCSJ-Modells (resistively and capacitively shunted junction) besteht darin, einen Josephson Kontakt durch eine Parallelschaltung eines Widerstands R, Kondensators der Kapazität C und Drahts , durch den ein (Supra)Strom I_S fließt, zu beschreiben. An dieser liege eine Spannung V an, dann ergibt sich mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln für den Gesamtstrom I

$$I = I_R + I_C + I_S = I_c \sin\delta + \frac{U}{R} + C\dot{U} \tag{11}$$

Mit Gleichung 9 ehalten wir für δ folgende DGL

$$I = I_c \sin\delta(t) + \frac{\hbar}{2eR}\dot{\delta(t)} + C\frac{\hbar}{2e}\ddot{\delta(t)} \tag{12}$$

Sie besitzt dieselbe Struktur wie die Differentialgleichung des physikalischen Pendels oder eines Teilchens, das sich in einem Potential der Form $V(x) = (1 - kx - \cos x$ bewegt. Aufgrund seiner Form wird dies in der Literaur teilweise als "gekipptes Waschbrettpotential" bezeichnet, wobei k auch als Verkippung bezeichnet wird und anschaulich beschreibt, wie stark das "Waschbrett" geneigt ist. Um Gleichung 12 weiter zu verinfachen substituieren wir $\tau = \frac{2eI_cR}{\hbar}t$ und

erhalten damit

$$\frac{I}{I_c} = \sin\delta(\tau) + \frac{d}{d\tau}\delta(\tau) + \beta_c \frac{d^2}{d\tau^2}\delta(\tau) \tag{13}$$

wobei β_c als **McCumber-Parameter** bezeichnet wird. Wir können also das Verhalten eines Josephson-Kontakts in Abhängigkeit von nur einem Parameter beschreiben.

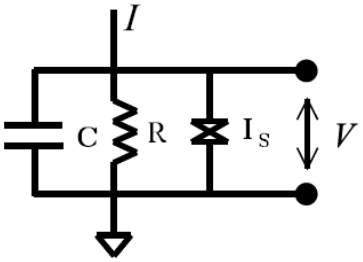

Abbildung 3: Ersatzschaltbild eines Josephson-Kontakts im RCSJ-Modell

2.4 Externes Magnetfeld

Erinnern wir uns an Gleichung 2, sie liefert uns einen Zusammenhang zwischen der Phase und einem äusseren Magnetfeld $\vec{B} = rot\vec{A}$. Integriert man den Gradienten der Phase $\nabla\delta$ entlang eines geeigneten Weges γ (zum Beispiel geschlossener rechteckiger Weg vom einen Supraleiter über die Barriere hin zum anderen) so ist der magnetische Fluss Φ einerseits

$$\Phi = \int_\gamma \vec{A}d\vec{l} = Bt_{eff}dx \tag{14}$$

wobei $t_{eff} = \lambda_{L,1} + \lambda_{L,2} + d$ die effektive magnetische Dicke des Josephson-Kontakts ist (welche sich aus der Isolatordicke d und der magnetischen Eindringtiefe der beiden Supraleiter ergibt) und dx der Breite des als Integrationsweg gewählten Rechtecks entspricht. Andererseits liefert die Integration über $\nabla\delta$ entlang desselben Weges γ

$$\delta(x+dx) - \delta(x) = \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_\gamma \vec{A}d\vec{l} = \frac{2\pi}{\Phi_0}Bt_{eff}dx \tag{15}$$

Wählen wir die Breite dx des Rechtecks infinitesimal klein so ergibt sich im Limes $dx \to 0$

$$\lim_{dx\to 0}\frac{\delta(x+dx)-\delta(x)}{dx} = \frac{2\pi}{\Phi_0}Bt_{eff} \tag{16}$$

und als Lösung dieser Differentialgleichung erhalten wir wiederum

$$\delta(x) = \delta_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0}Bt_{eff}x \tag{17}$$

Mit der ersten Josephson-Gleichung 7 gilt

$$j_S(x) = j_c\sin(\delta(x)) = j_c\sin(\delta_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0}Bt_{eff}x) \tag{18}$$

Den Suprastrom I_S erhalten wir, indem wir die Stromdichte $j_S(x)$ über die Kontaktfläche integrieren

$$I_S = b\int_0^l j_S(x)dx = blj_c\sin(\delta_0)\frac{\sin(\pi\frac{\Phi}{\Phi_0})}{\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}} \tag{19}$$

wobei b die Breite des Kontakts und $\Phi = Bt_{eff}l$ sei. Diese Gleichung entspricht formal der des Beugungsmuster eines Spaltes und wird daher auch Fraunhofer-Beugungsmuster gennant.

2.5 Mikrowellen und Shapiro-Stufen

Um den Josephson-Wechselstrom aus Gleichung 10 experimentell nachzuweisen bietet es sich an, die Resonanzeffekte, die sich beim Einstrahlen von Mikrowellen bekannter Frequenz ω ergeben, zu messen. Die Gesamtspannung U_{ges} am Josephson-Kontakt ergibt sich in diesem Fall zu

$$U_{ges} = U_0 + U_1 cos(\omega t) \tag{20}$$

In die zweite Josephson Gleichung 9 eingesetzt ergibt sich

$$\dot{\delta} = \frac{2\pi}{\Phi_0}U_{ges} = \frac{2\pi}{\Phi_0}(U_0 + U_1 cos(\omega t)) \tag{21}$$

und durch Trennung der Variablen finden wir als Lösung dieser Differentialgleichung

$$\delta(t) = \delta_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0}U_0 t + \frac{2\pi}{\Phi_0}\frac{U_1}{\omega}sin(\omega t) \tag{22}$$

Nach Gleichung 7 gilt also für den Josephson-Strom

$$I_S(t) = I_c\sin(\delta_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0}U_0 t + \frac{2\pi}{\Phi_0}\frac{U_1}{\omega}sin(\omega t)) \tag{23}$$

Entspricht die Frequenz ω der eingestrahlten Mikrowellen gerade gangzahligen Vielfachen der Frequenz ν des Josephson-Wechselstroms so treten "Stufen" gleicher Spannung, die als **Shapiro-Stufen** bezeichnet werden, auf. Aus der Forderung $n\ \omega = 2\pi\nu, n \in \mathbb{N}$ und 20 ergibt sich folgender Zusammenhang

$$U_0 = \frac{n\omega\Phi_0}{2\pi}, \qquad n \in \mathbb{N} \tag{24}$$

Entwickelt man 23 mit Hilfe von Besselfunktionen J_k so ergibt sich für die Höhe der k-ten Shapiro-Stufe

$$I_k = 2I_c J_k\left(\frac{U_1}{\Phi_0\omega}\right) \tag{25}$$

Den Abstand ΔU zwischen zwei Shapiro-Stufen berechnet man im Modell des gekippten Waschbrettpotentials zu

$$\Delta U = \frac{\Phi_0\omega}{2\pi} \tag{26}$$

3 Auswertung

3.1 Strom-Spannungs-Kennlinien

3.1.1 ohne Shuntwiderstand

Zur Bestimmung von I_0, I_r, R, C, β_c wurde eine Strom-Spannungskennlinie aufgenommen.

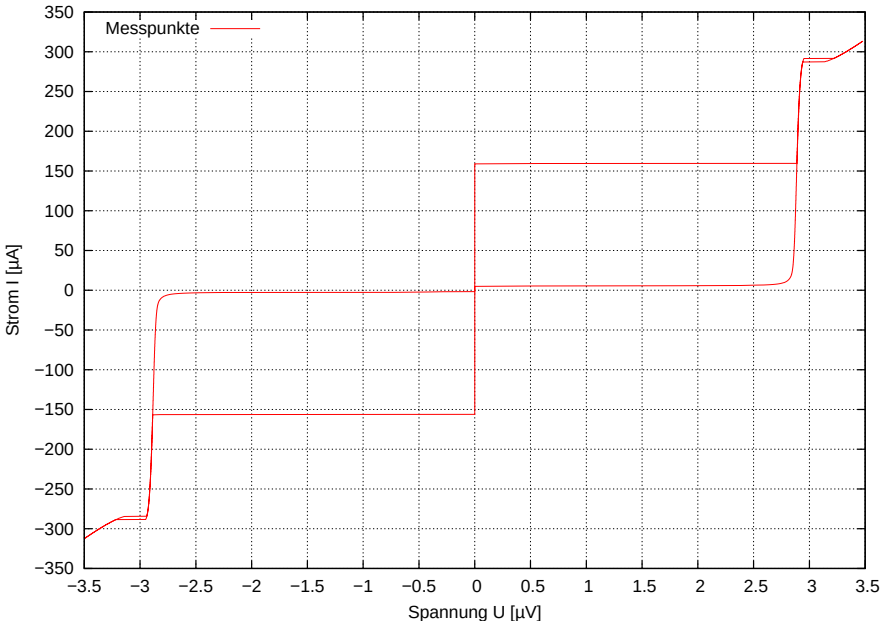

Abbildung 4: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 1 ohne Shuntwiderstand

Vergrößert man diese an dem Sprungpunkten, so lassen sich I_0 und I_R ablesen.

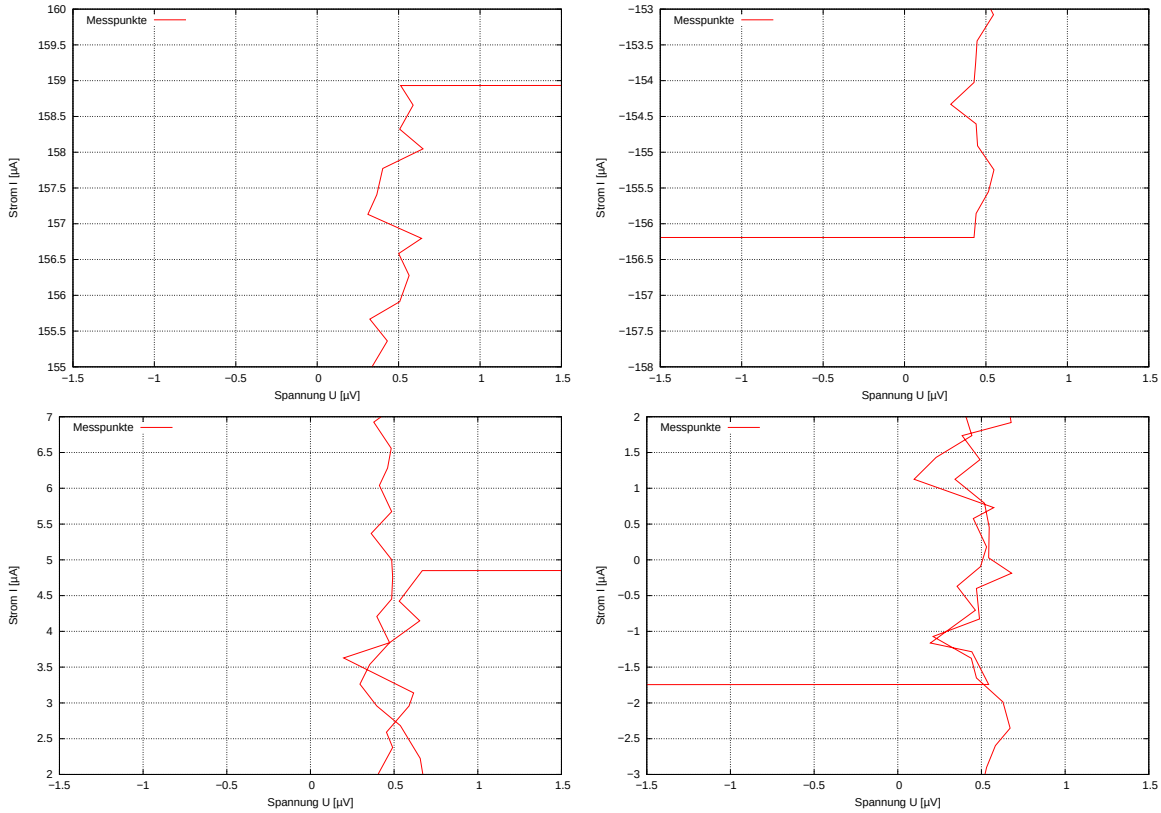

Abbildung 5: Vergrößerung der Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 1 ohne Shuntwiderstand zur Bestimmung von I_0 und I_R

Wir lesen die Werte aus den Diagrammen ab:

$$I_0^+ = 158.9\mu\text{A} \qquad I_0^- = 156.2\mu\text{A}$$

$$I_r^+ = 4.8\mu\text{A} \qquad I_r^- = 1.7\mu\text{A}$$

Durch Mitteln der beiden Werte eleminieren wir den Strom-Offset. Als Fehler nehmen wir die Auflösung zwischen zwei Meßpunkten. Wir erhalten somit:

$$I_0 = (157.55 \pm 0.3)\mu\text{A}$$

$$I_r = (3.25 \pm 0.3)\mu\text{A}$$

Daraus erhalten wir für den McCumber-Parameter:

$$\beta_c = \left(\frac{4I_0}{\pi I_r}\right)^2 = 3809.7 \pm 703.48$$

Um R zu bestimmen, können wir im linearen Teil der Kurve eine Ausgleichsgerade legen und dessen Steigung reziprok ablesen.

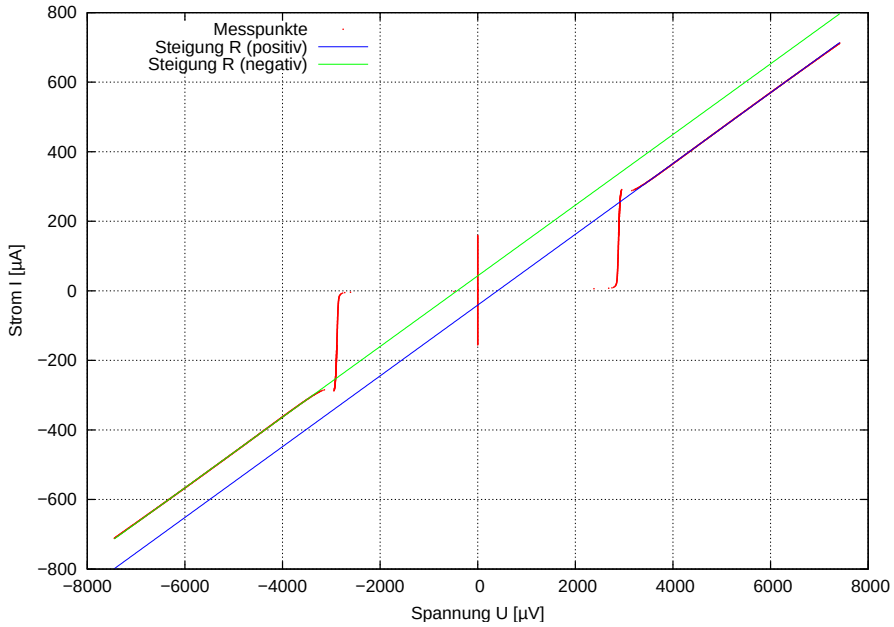

Abbildung 6: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 1 ohne Shuntwiderstand zur Bestimmung von R

Wir erhalten

$$R^+ = (9.8248 \pm 0.00407)\Omega \qquad R^- = (9.8420 \pm 0.00394)\Omega$$

Und somit im Mittel

$$R = (9.8334 \pm 0.00401)\Omega$$

Mit β_c, I_0 und R läßt sich jetzt direkt C bestimmen. Es gilt:

$$C = \frac{\hbar\beta_c}{2eR^2 I_0} = (82.285 \pm 15.198)\mathrm{pF}$$

3.1.2 "großer" Shuntwiderstand

Analog wurde wieder eine Strom-Spannungs-Kennlinie aufgenommen.

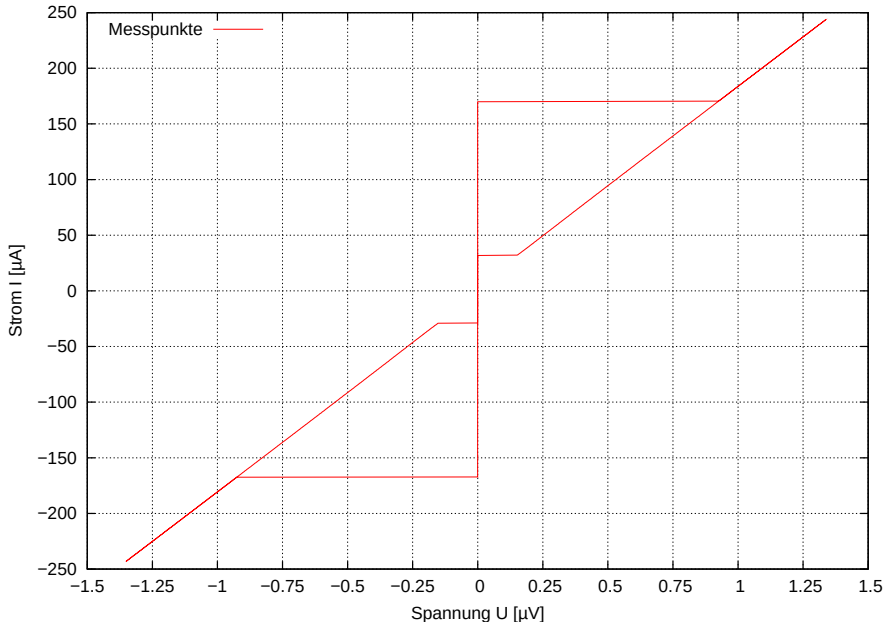

Abbildung 7: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 2 mit "großem" Shuntwiderstand

Da auch hier eine Hysterese auftritt, kann man aus den vergrößerten Sprungpunkten I_0 und I_R ablesen.

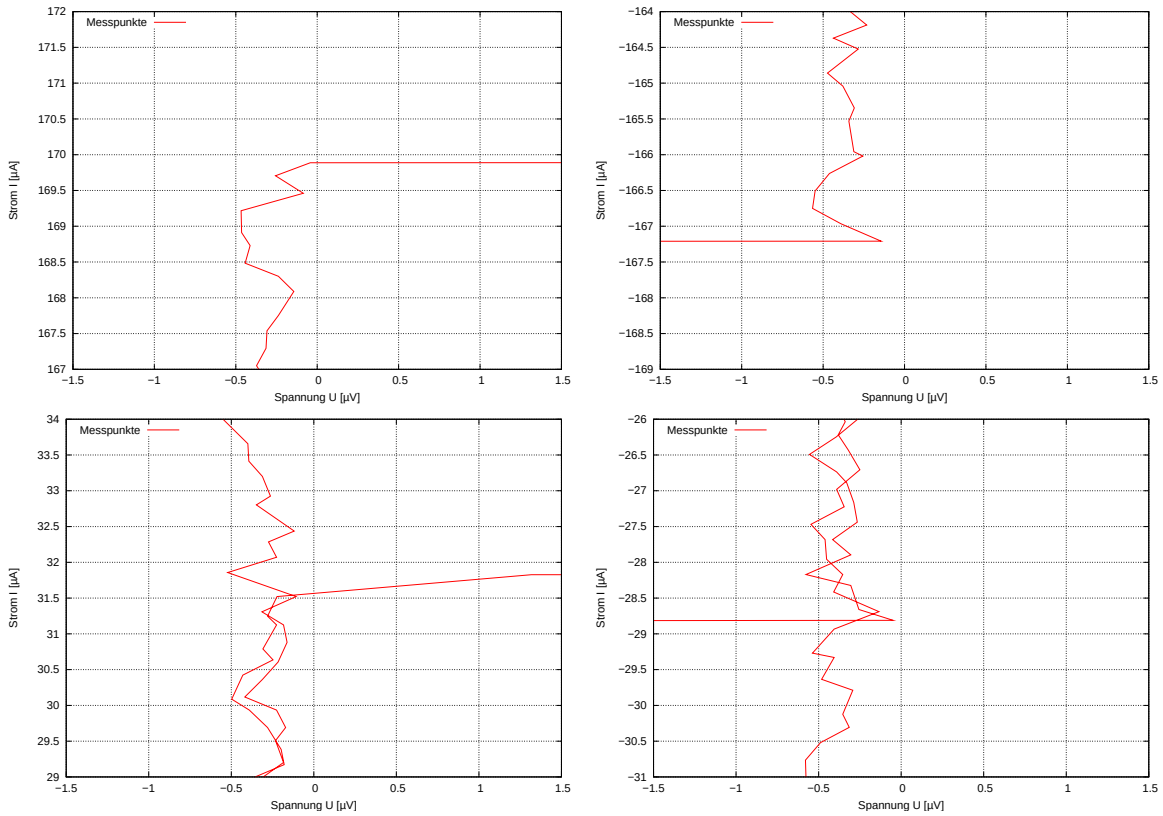

Abbildung 8: Vergrößerung der Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 2 mit "großem" Shuntwiderstand zur Bestimmung von I_0 und I_R

Wir lesen die Werte aus den Diagrammen ab:

$$I_0^+ = 169.8\mu\mathrm{A} \qquad I_0^- = 167.2\mu\mathrm{A}$$

$$I_r^+ = 31.6\mu\mathrm{A} \qquad I_r^- = 28.8\mu\mathrm{A}$$

Durch Mitteln der beiden Werte eliminieren wir wieder den Strom-Offset und als Fehler nehmen wir die Auflösung zwischen zwei Meßpunkten. Wir erhalten somit:

$$I_0 = (168.5 \pm 0.3)\mu\mathrm{A}$$

$$I_r = (30.2 \pm 0.3)\mu\mathrm{A}$$

Auch hier können wir den McCumber-Paramter bestimmen.

$$\beta_c = \left(\frac{4I_0}{\pi I_r}\right)^2 = 50.467 \pm 1.019$$

Um R zu bestimmen, können wir wieder im linearen Teil der Kurve eine Ausgleichsgerade legen und dessen Steigung reziprok ablesen.

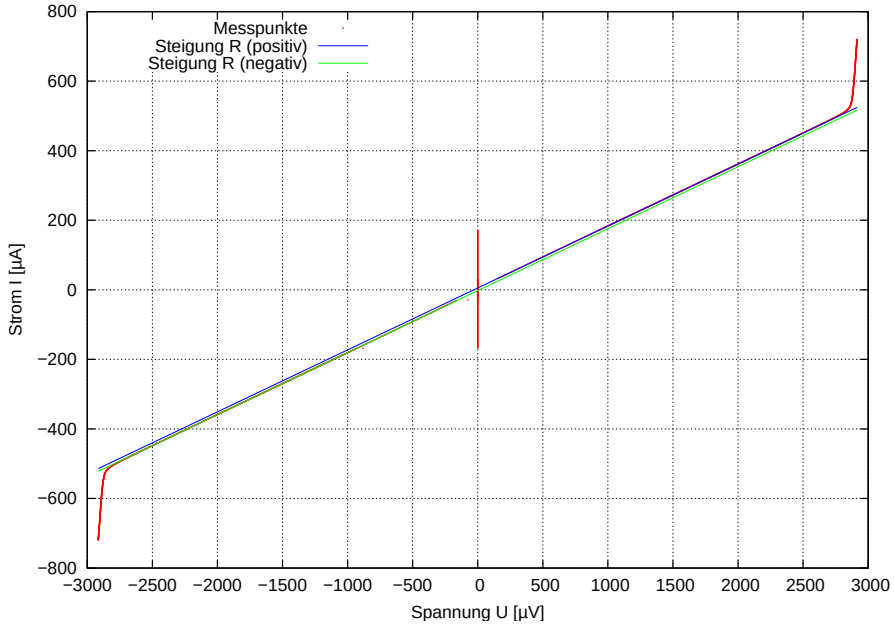

Abbildung 9: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 2 mit "großem" Shuntwiderstand zur Bestimmung von R

Wir erhalten

$$R^+ = (5.6134 \pm 0.00407)\Omega \qquad R^- = (5.6136 \pm 0.00384)\Omega$$

Und somit im Mittel

$$R = (5.6135 \pm 0.00396)\Omega$$

Mit β_c, I_0 und R läßt sich jetzt direkt C bestimmen. Es gilt:

$$C = \frac{\hbar\beta_c}{2eR^2 I_0} = (3.128 \pm 0.064)\mathrm{pF}$$

3.1.3 "kleiner" Shuntwiderstand

Analog zu den ersten 2 Kontakten wird wieder eine Strom-Spannungs-Kennlinie aufgenommen.

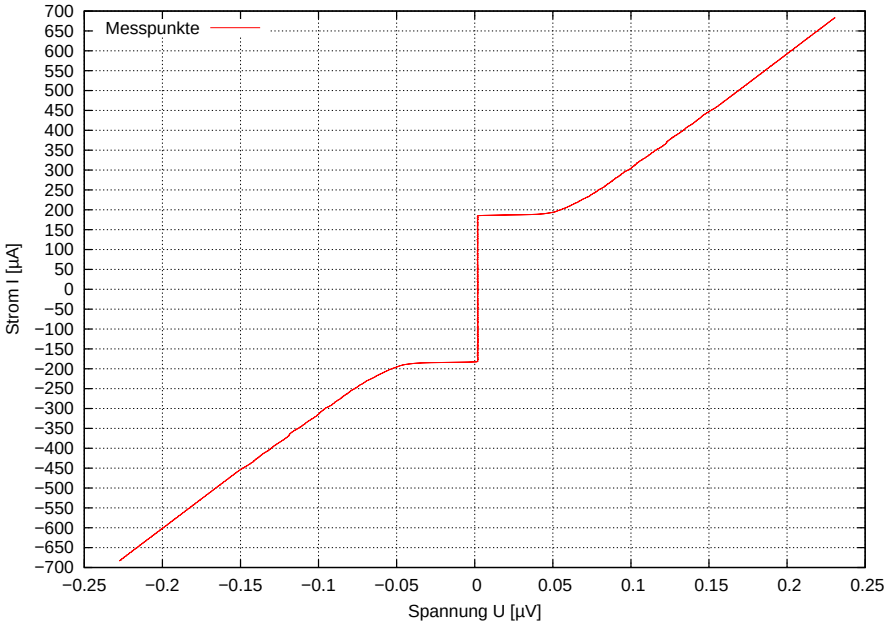

Abbildung 10: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 3 mit "kleinem" Shuntwiderstand

Da hier keine Hysterese statt findet, können wir nur I_0 aus den Diagrammen auslesen.

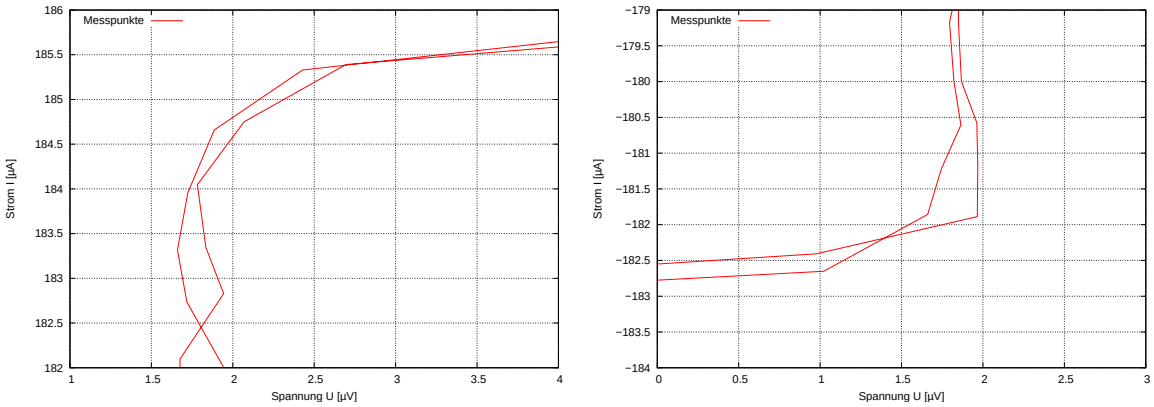

Abbildung 11: Vergrößerung der Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 1 mit "kleinem" Shuntwiderstand zur Bestimmung von I_0

Wir lesen die Werte aus den Diagrammen ab:

$$I_0^+ = 185.4\mu\mathrm{A} \qquad I_0^- = 182.5\mu\mathrm{A}$$

Durch Mitteln der beiden Werte eliminieren wir wieder den Strom-Offset, als Fehler nehmen wir die zweifache Auflösung zwischen zwei Meßpunkten. Wir erhalten somit:

$$I_0 = (183.95 \pm 0.8)\mu\mathrm{A}$$

Um R zu bestimmen, können wir wieder im linearen Teil der Kurve eine Ausgleichsgerade legen und dessen Steigung reziprok ablesen.

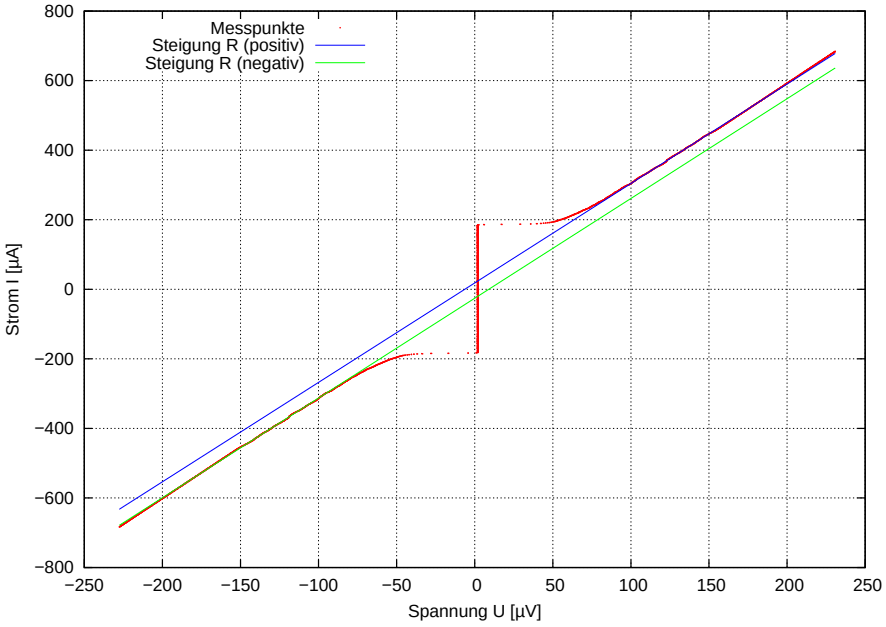

Abbildung 12: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 3 mit "kleinem" Shuntwiderstand zur Bestimmung von R

Wir erhalten

$$R^+ = (0.3497 \pm 0.00019)\Omega \qquad R^- = (0.3486 \pm 0.00018)\Omega$$

Und somit im Mittel

$$R = (0.3492 \pm 0.00019)\Omega$$

Hier können wir β_c nur bestimmen, wenn wir davon ausgehen, dass C den selben Wert hat wie in den anderen Kontakten. Damit ist dann

$$\beta_c = \frac{2eI_0R^2C}{\hbar} = 0.2185 \pm 0.0048$$

wenn man für den C denselben Wert nimmt, wie bei "großem" Shuntwiderstand.

3.2 Josephson-Kontakte im Magnetfeld

Das Magnetfeld wurde parallel zu der Isolatorschicht des Kontakts angelegt. Die Abhängigkeit des Magnetfelds bei einem kritischen Strom entspricht einem Fraunhofer-Beugungsmuster. Aus den Nullstellen des Beugungsmuster lässt

sich die Eindringtiefe λ_L bestimmen. Für die Nullstellen gilt

$$I_S = blj_c \sin(\delta_0) \frac{\sin(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0})}{\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}} = 0$$

Der kritische Strom ist also Null, wenn Φ ein n-faches Vielfache von Φ_0 ist, wobei n die Ordnung der Nullstelle ist: $\Phi = n \cdot \Phi_0$

Bei einer Barrieredicke $t \ll \lambda_L$, der Breite der Probe von $b = 10\mu\mathrm{m}$ und t_{eff}=$2\lambda_L$ gilt

$$\Phi = n \cdot \Phi_0 = B \cdot A = b \cdot 2\lambda_L \cdot b$$

Daraus erhalten wir für die Eindringtiefe

$$\lambda = n \frac{h}{2e \cdot 2bB} = \frac{n\Phi_0}{2bB}$$

In der folgenden Tabelle sind die magnetischen Feldstärken für die Nullstellen der kritischen Ströme und die dazugehörigen Eindringtiefen der 3 Josephson-Kontakte zu sehen. "+" und "-" heißen hier, ob der Strom im positiven oder negativen durchlaufen wurde. n ist die Ordnung der Nullstelle. Die Reihenfolge der Josephsonkontakte entspricht der der Diagramme

n	B[mT]	λ[nm]
+1	1.028	99.99
+2	2.114	97.82
-1	1.005	102.9
-2	2.089	99.45
-1	1.028	100.5
-2	2.137	96.75
+1	1.040	101.8
+2	2.155	95.97
+1	1.050	97.79
+2	2.178	94.95
-1	1.057	97.79
-2	2.177	94.95

Diese Werte führen uns zu einem Mittelwert von $98.571\mathrm{nm}$ mit einer Standardabweichung von $2.61\mathrm{nm}$.

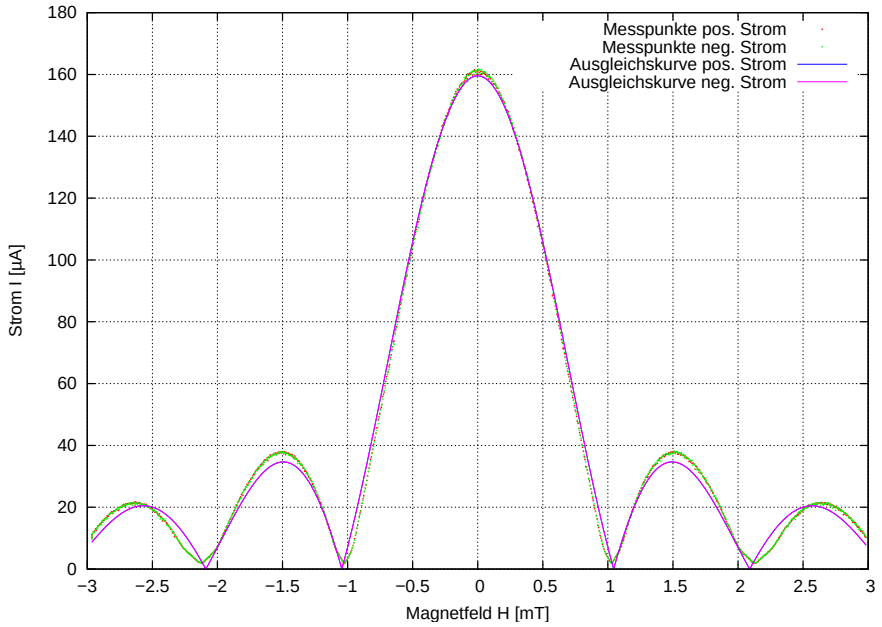

Abbildung 13: Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stroms (Offset korrigiert) bei Kontakt 1 ohne Shuntwiderstand

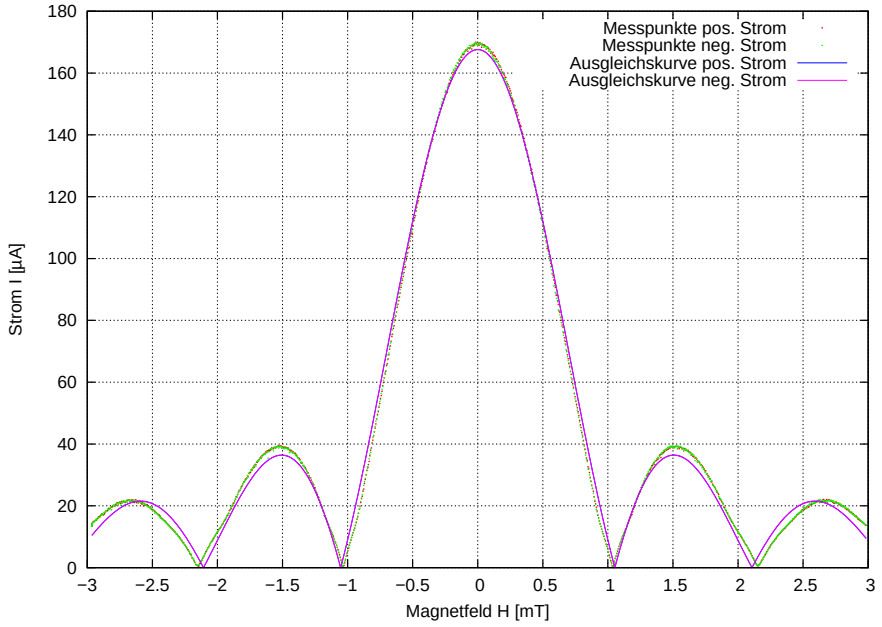

Abbildung 14: Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stroms (Offset korrigiert) bei Kontakt 2 mit "großem" Shuntwiderstand

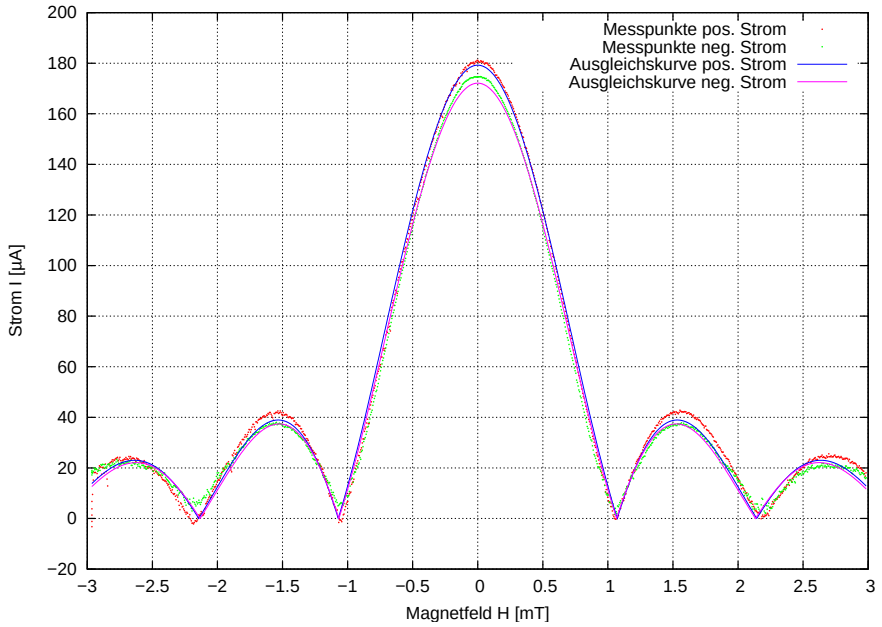

Abbildung 15: Magnetfeldabhängigkeit des kritisches Stroms (Offset korrigiert) bei Kontakt 3 mit "kleinem" Shuntwiderstand

3.3 Mikrowelleneinstrahlung

Zur Bestimmung des Flussquants Φ_0 wurden Shapiro-Stufen bei 3 verschiedenen Frequenzen aufgenommen.

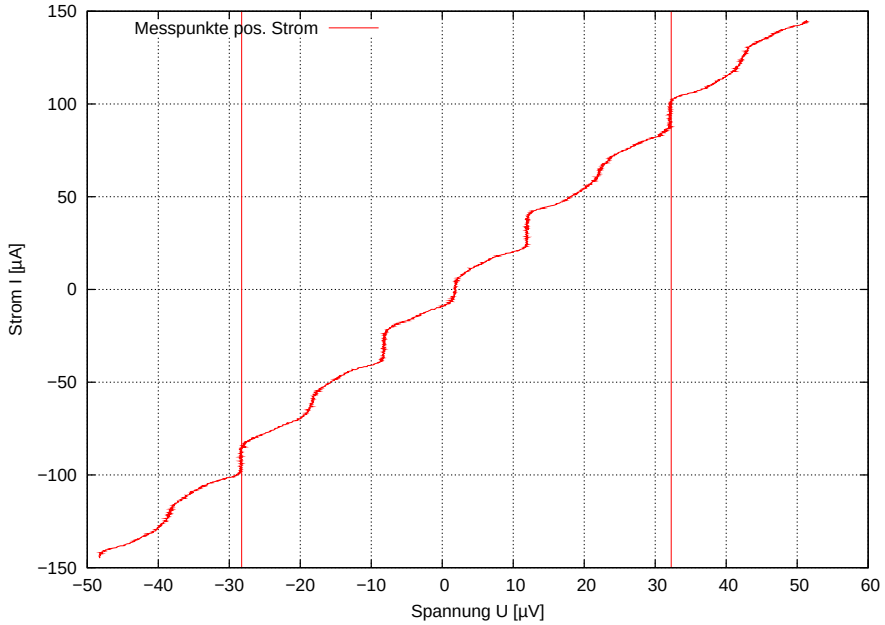

Abbildung 16: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 3 bei $4.91\mathrm{GHz}$. Linke Linie bei $-28.25\mu\mathrm{V}$ und rechte Linie bei $32.25\mu\mathrm{V}$.

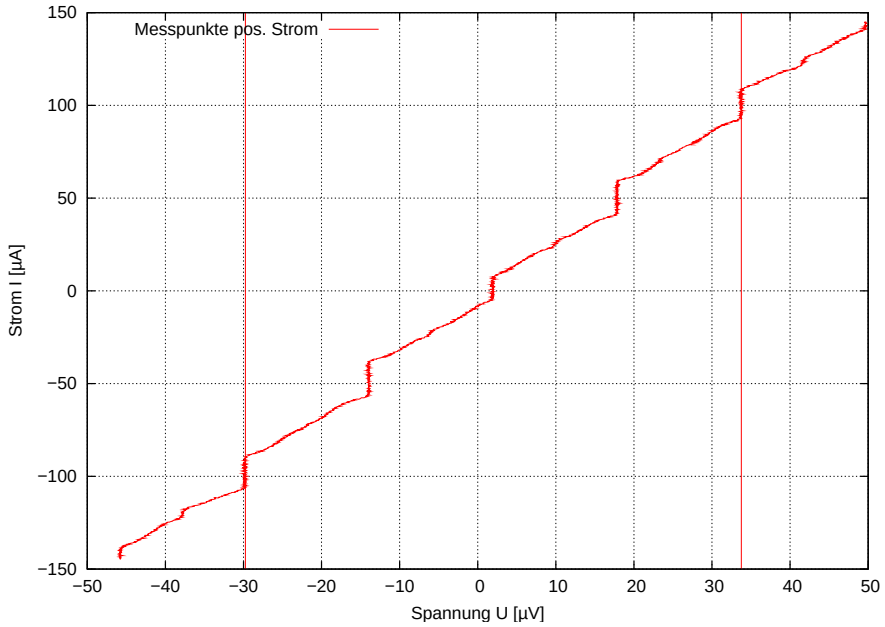

Abbildung 17: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 3 bei $7.75\mathrm{GHz}$. Linke Linie bei $-29.75\mu\mathrm{V}$ und rechte Linie bei $33.75\mu\mathrm{V}$.

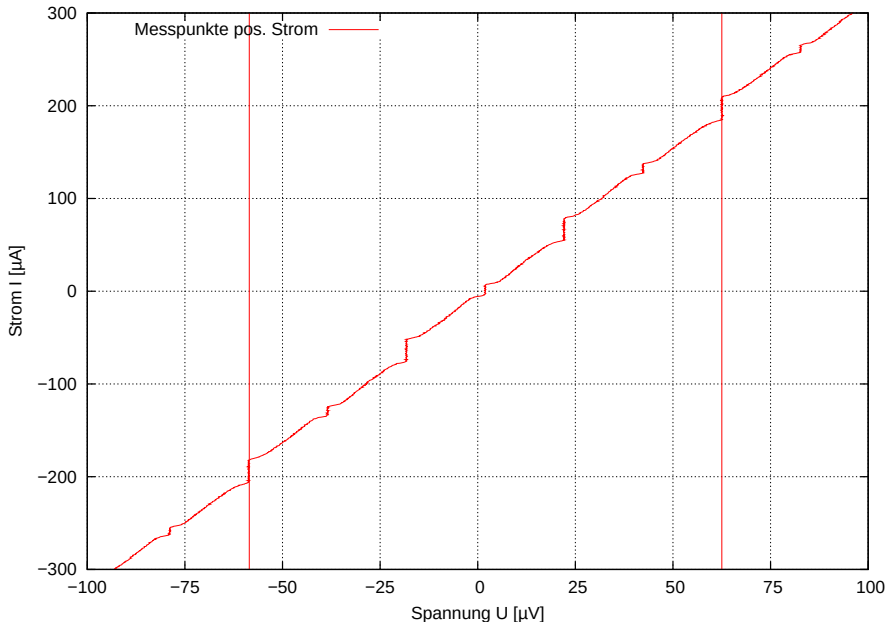

Abbildung 18: Strom-Spannungs-Kennlinie des Kontaktes 3 bei $9.84\mathrm{GHz}$. Linke Linie bei $-58.5\mu\mathrm{V}$ und rechte Linie bei $62.5\mu\mathrm{V}$.

Aus den Diagrammen lassen sich folgende Werte ablesen:

$$\Delta V(4.91\mathrm{GHz}) = \frac{32.25\mu\mathrm{V} - (-28.25\mu\mathrm{V})}{6} = 10.08\mu\mathrm{V}$$

$$\Delta V(7.75\mathrm{GHz}) = \frac{33.75\mu\mathrm{V} - (-29.75\mu\mathrm{V})}{4} = 15.88\mu\mathrm{V}$$

$$\Delta V(9.84\mathrm{GHz}) = \frac{62.5\mu\mathrm{V} - (-58.50\mu\mathrm{V})}{6} = 20.17\mu\mathrm{V}$$

Aus diesen Werten wollen wir einen Wert für das magnetische Flussquant bestimmen. Mit der Relation

$$\omega = 2\pi f_{ac}$$
$$\Phi_0 = \frac{\Delta V}{f_{ac}}$$

wobei f_{ac} die eingestrahlte Mikrowellenfrequenz ist. Aus den 3 Messungen mit verschiendenen Frequenzen erhalten wir

$$\Phi_0(4.91\mathrm{GHz}) = 2.0536 \cdot 10^{-15}\mathrm{Vs}$$
$$\Phi_0(7.75\mathrm{GHz}) = 2.0483 \cdot 10^{-15}\mathrm{Vs}$$
$$\Phi_0(9.84\mathrm{GHz}) = 2.0495 \cdot 10^{-15}\mathrm{Vs}$$

Was uns zu einem Mittelwert von $\Phi_0 = 2.0505 \cdot 10^{-15}\mathrm{Vs}$ mit einem Fehler von $2.77 \cdot 10^{-18}\mathrm{Vs}$ führt, wenn wir davon ausgehen das die Frequenz des Generators hochgenau ist. Der Literaturwert beträgt $\Phi_{0,lit} = 2.067833 \cdot 10^{-15}\mathrm{Vs}$

Literatur

[BK04] Buckel, Werner ; Kleiner, Reinhold: *Supraleitung*. Wiley, 2004 1, 2