

TR - Transformator

Blockpraktikum - Herbst 2005

Tobias Müller, Alexander Seizinger

Assistent: Dr. Thorsten Hehl

Tübingen, den 18. Oktober 2005

1 Vorwort

In diesem Versuch untersuchten wir das Verhalten eines Transformators in belastetem und unbelastetem Zustand.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Leistung von Wechselströmen

Für die Leistung P gilt allgemein

$$P(t) = U(t)I(t)$$

Wir interessieren uns als Verbraucher vor allem für die über eine Periode T abgegebene *mittlere Leistung* \bar{P} , es ist

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U(t)I(t)dt$$

Für den Fall sinusförmiger Wechselspannung erhält man

$$\bar{P} = \frac{U_0 I_0}{2}$$

wobei I_0 und U_0 die Amplituden der Stromstärke bzw. Spannung sind.

Es lassen sich die *effektive Spannung* U_{eff} und die *effektive Stromstärke* I_{eff} definieren mit

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

2.2 Idealer unbelasteter Transformator

Das Modell des idealen Transformators besteht aus zwei Spulen, die keinen ohmschen Innenwiderstand besitzen, und die um einen gemeinsamen Eisenkern gewickelt sind, wobei an der zweiten Spule kein Verbraucher angeschlossen ist. Legt man an den Transformator bzw. an die *Primärspule* mit n_1 Windungen eine Wechselspannung mit Amplitude U_1 an, so kompensiert die Spule diese durch Induktion einer entsprechenden Gegenspannung. Dadurch ändert sich der Fluss Φ im Eisenkern

$$\dot{\Phi} = \frac{U_1}{n_1}$$

Diese Flussänderung erzeugt wiederum in der *Sekundärspule* der Induktivität L_2 mit n_2 Windungen eine Spannung U_2 wobei

$$U_2 = -n_2 \dot{\Phi}$$

also gilt

$$\frac{U_1}{U_2} = -\frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

Für die Stromstärke $I_1(t)$, die durch die Primärspule fließt, gilt mit der dort induzierten Gegenspannung U_{ind}

$$U_{ind}(t) = -L_1 \frac{dI_1(t)}{dt}$$

und mit dem Ansatz $I_1(t) = I_1 e^{i(\omega t + \varphi)}$ erhält man

$$U_1 e^{i\omega t} = \omega L_1 I_1 e^{i(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})}$$

und damit also

$$I_1(t) = \frac{U_1}{\omega L} \cdot e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

Da Stromstärke und Spannung um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben sind fällt auch an der Primärspule keine Wirkleistung ab.

2.3 Belasteter Transformator

Sei im folgenden die Sekundärspule mit einem ohmschen Widerstand R belastet; dann fließt auf der Sekundärseite ein Strom $I_2(t)$ mit

$$I_2(t) = \frac{U_2(t)}{R}$$

Die dabei anfallende Leistung $P_2 = U_{2,eff} I_{2,eff}$ muss von der Primärseite geliefert werden, also

$$P_1 = U_{1,eff} I_{1,eff} \cos \varphi = P_2 = U_{2,eff} I_{2,eff}$$

und damit mit Gleichung 1

$$\frac{I_{1,eff}}{I_{2,eff}} \cdot \cos \varphi = \frac{n_1}{n_2} \quad (2)$$

2.4 Leistungsanpassung

Bisher haben wir nur idealisierte Fälle ohne Innenwiderstände von Spannungsquellen und Bauteilen betrachtet. In der Praxis hat jedoch jeder Generator einen Innenwiderstand R_i . In Verbindung mit einem ohmschen Verbraucher R_v ergibt sich der Gesamtwiderstand R als Reihenschaltung zu

$$R = R_i + R_v$$

Somit fließt bei einer Spannung U_0 ein im Vergleich zum idealisierten Fall reduzierter Strom I mit

$$I = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{R_i + R_v}$$

Die am Verbraucher abgegebene Leistung P beträgt damit

$$P = U_0 I = R_v I^2 = R_v \cdot \left(\frac{U_0}{R_i + R_v} \right)^2$$

Um nun zu zeigen, dass die abgegebene Leistung für $R_v = R_i$ maximal wird bestimmen wir

$$\frac{dP(R_v)}{dR_v} = U_0^2 \cdot \frac{(R_i - R_v)}{(R_i + R_v)^3} \quad (3)$$

und finden mit der Bedingung

$$\frac{dP(R_v)}{dR_v} = 0$$

ein Maximum für $R_v = R_i$. Setzen wir diesen Wert in Gleichung 3 ein, so ergibt sich für die Maximalleistung P_{max}

$$P_{max} = \frac{U^2}{4R_v}$$

3 Auswertung

3.1 Übersetzungsverhältnis und Phasenwinkel

Für das Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} := \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2}$ erhalten wir mit unseren Messungen (Mittelwert und Standardabweichung):

$$\ddot{u} = 10.021 \pm 0.001$$

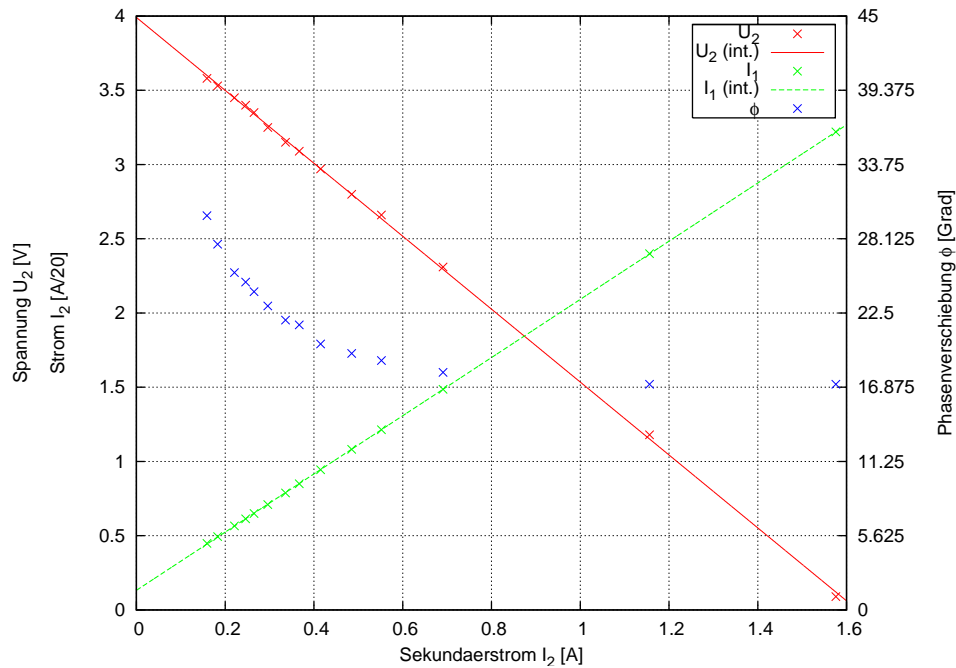
Um den Phasenwinkel zu erhalten, muss dieser aus der gemessenen Zeitdifferenz errechnet werden. Da wir eine Frequenz von $f = 50\text{Hz}$ hatten, gilt:

$$\varphi_0 = t \cdot 50\text{Hz} \cdot 360^\circ$$

Mit unseren Messwerte erhalten wir damit einen Phasenwinkel:

$$\varphi_0 = (63.9 \pm 0.9)^\circ$$

3.2 belasteter Transformator



Da der Transformator auch einen Innenwiderstand $R_{i,s}$ hat, fällt die Spannung U_2 bei zunehmender Belastung. Für den Innenwiderstand $R_{i,s}$ gilt:

$$R_{i,s} = \frac{U_2(I = 0A)}{I_{max}} = \frac{3.99V}{1.62A} = 2.46\Omega \tag{4}$$

Im Leerlauf gilt für den Strom $I_{10} = I_1(I_2 = 0) = 6.5mA$. Damit gilt für Blindstrom I_{B0} und den Wirkstrom I_{W0} :

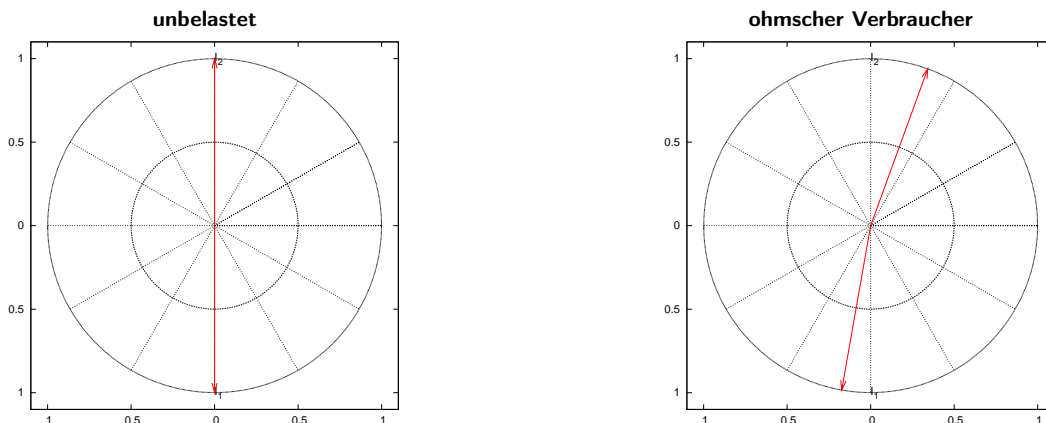
$$I_{B0} = I_{10} \cdot \sin \varphi_{10} = 5.84mA$$

$$I_{W0} = I_{10} \cdot \cos \varphi_{10} = 2.86mA$$

3.3 Zusammenhang zwischen Primär- und Sekundärstrom

Die Ströme I_1 und I_2 verhalten sich im Gegenteil zu den Spannung U_1 und U_2 antiproportional zum Übersetzungsverhältnis \ddot{u} . Es gilt also:

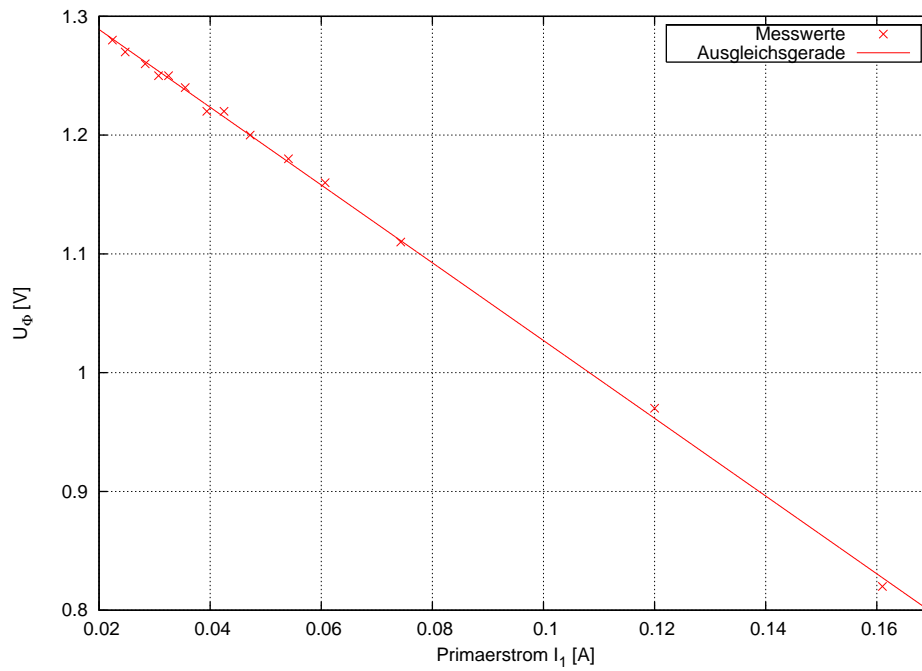
$$\frac{I_2}{I_1} = \ddot{u} = \frac{n_1}{n_2}$$



Der Fluss Φ ist mit dem Primärstrom I_1 über die Induktivität L gekoppelt. Es gilt also:

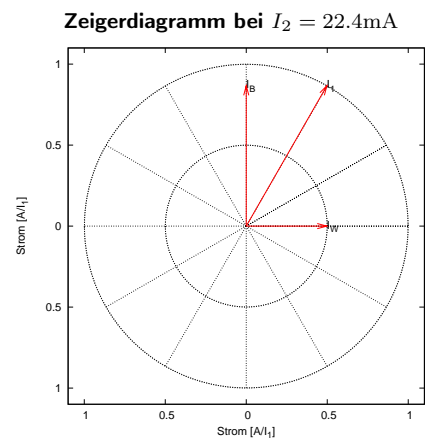
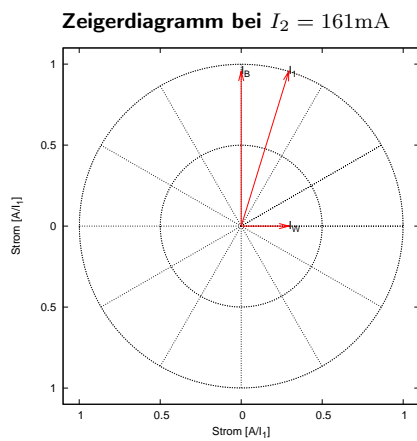
$$\Phi = LI_1$$

Wir haben eine Spannung U_Φ gemessen, welche proportional zum Fluss Φ ist. Daher müsste also $I_1 \propto \Phi \propto U_\Phi$ sein.

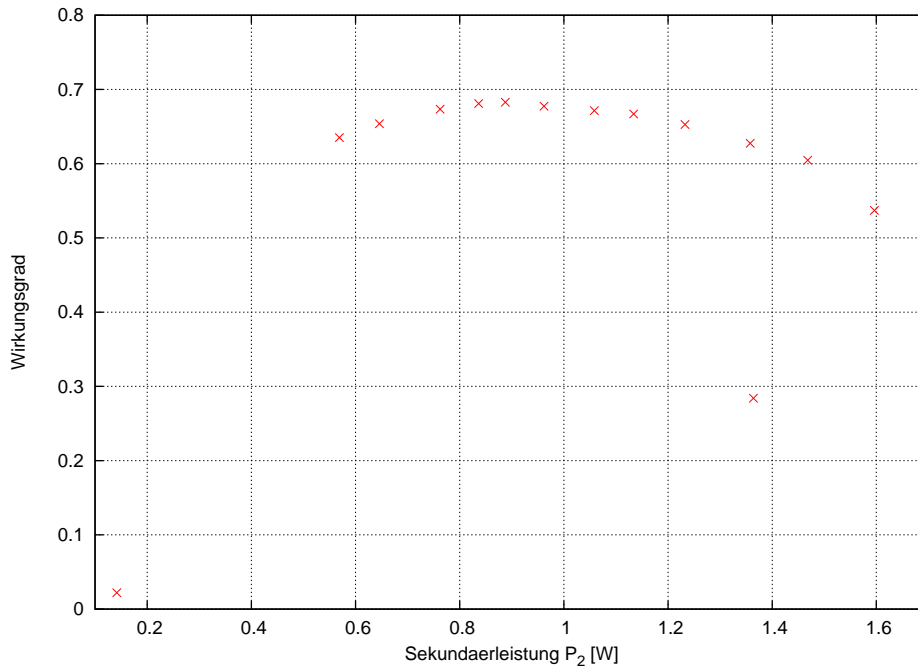


Diese theoretische Aussage lässt sich an den Messwerten (trotz keinem idealen Transformator) gut beobachten.

3.4 Wirk- und Blindstrom im Primärkreis

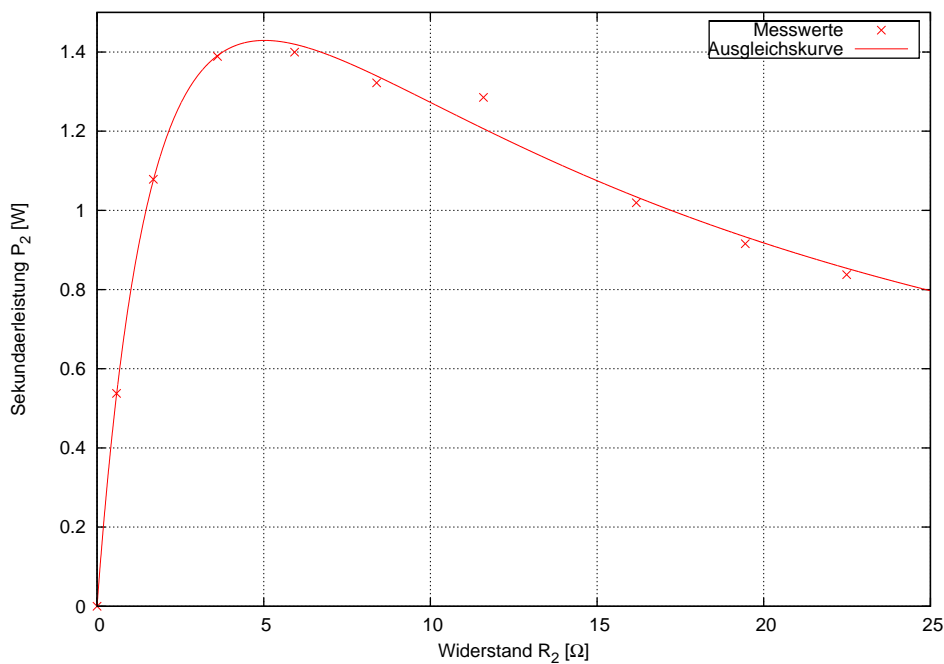


3.5 Wirkungsgrad



Der Transformator scheint also bei einer Sekundärleistung von $P_{max} \approx 0.94W$ seinen maximalen Wirkungsgrad $\eta_{max} \approx 0.68$ zu erreichen.

3.6 Leistungsanpassung



Mit einer Extrapolation der Messwerte erhalten wir analog zu 4 den Innenwiderstand:

$$R_i = \frac{5.34V}{1.07A} = 4.99\Omega$$

Die Ausgleichskurve hat ihr Maximum bei $R_a = 5.03\Omega$. Die Leistungsanpassung ($R_a = R_i$) sieht man also sehr schön bestätigt.

Da die Quelle auf der Primärseite einen Innenwiderstand $R_{iQ} = 250\Omega$ hatte, müsste

$$R_{2i} = \frac{R_{iQ}}{u^2} = 2,5\Omega$$

Vergleich man dies mit 4 stimmt der Wert sehr gut überein.