TE - Thermische Emission
Blockpraktikum Herbst 2005

Alexander Seizinger, Tobias Müller
Assistent Waldermar Kaiser

Tübingen, den 12. Oktober 2005

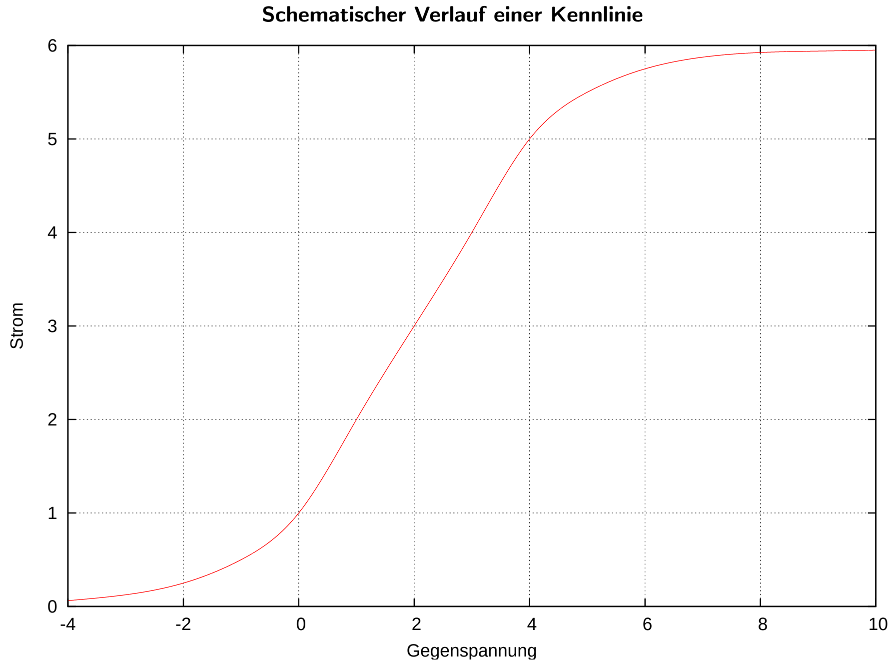
1 Vorwort

In diesem Versuch untersuchten wir die thermische Emmision von Elektronen aus einer Kathode.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Kennlinie

Um die Kathode zu verlassen, müssen die Elektronen die Potentialdifferenz zwischen Metall und Vakuum (bzw. dem umgebenden Medium) überwinden. Dies kann auf verschiedene Arten erfolgen (vgl. Versuch Feldemission), unter anderem durch die thermische Energie der Elektronen. Legt man weiterhin eine Gegenspannung U_G an die Kathpode und Anode an, und misst den auftretenden Anodenstrom, so ergibt sich folgende *Kennlinie*:



Man kann diese in drei Bereiche unterteilen

- **Anlaufbereich**
  Hier gelingt es einem Teil der austretenden Elektronen, eine schwache Gegenspannung $-U_G$ zu überwinden. Da die thermische Geschwindigkeit der Elektronen ungefähr boltzmannverteilt ist, nimmt dieser Anteil mit sinkender Gegenspannung exponetiell zu. Es gilt für den *Anlaufstrom* I_A

$$I_A(U_G, T) = I_S(T) \cdot e^{\frac{eU_G}{k_B T}} \tag{1}$$

  wobei T die Temperatur und, k_B die Boltzmannkonstante und I_S den *Sättigungsstrom* bezeichnet.

- **Raumladungsbereich**

- **Sättigungsbereich**
  Der Sättigungsstrom I_S berechnet sich unter der Näherung, dass die Kathodenoberfläche homogen und deren Austrittsarbeit temperaturunabhängig ist, durch

$$I_S(T) = A_0 F T^2 \cdot e^{-\frac{eU_G}{k_B T}} \tag{2}$$

  wobei A_0 eine Konstante und F die Fäche der Kathode ist.

2.2 Kontaktspannung

Da sich die Austrittsarbeiten Φ_K und Φ_A von Kathode und Anode unterscheiden, wandern Elektronen vom Metall mit der niedrigeren zu dem mit der höheren Austrittsarbeit. Erreicht dieser Prozess seinen Gelichgewichtszustand so stellt sich eine konstante Spannung zwischen Kathode und Anode ein, man bezeichnet diese als *Kontaktspannung*. Die anliegende Spannung U_G muss also zu $U_{G,eff}$ korrigiert werden mit

$$U_{G,eff} = U_G - \frac{1}{e}(\Phi_K - \Phi_A) \tag{3}$$

wobei e die Elementarladung eines Elektrons ist.

2.3 Bestimmung von T und Φ_A

Aus Gleichung 2 ergibt sich unter Berücksichtigung von 3

$$I_A = A_0 F T^2 \cdot e^{-\frac{eU_G + \Phi_A}{k_B T}}$$

und damit durch Logarithmieren

$$\ln \frac{I_A}{A_0 F T^2} = -\frac{eU_G + \Phi_A}{k_B T}$$

Misst man nun I_A in Abhängigkeit von U_G, so lässt sich die Temperatur T aus der Steigung m der Geraden bestimmen durch

$$T = -\frac{m\,e}{k_B} \tag{4}$$

und die Austrittsarbeit der Anode aus dem y-Achsen Abschnitt

$$\Phi_A = k_B T \cdot ln\left(\frac{I_A}{AFT^2}\right) \tag{5}$$

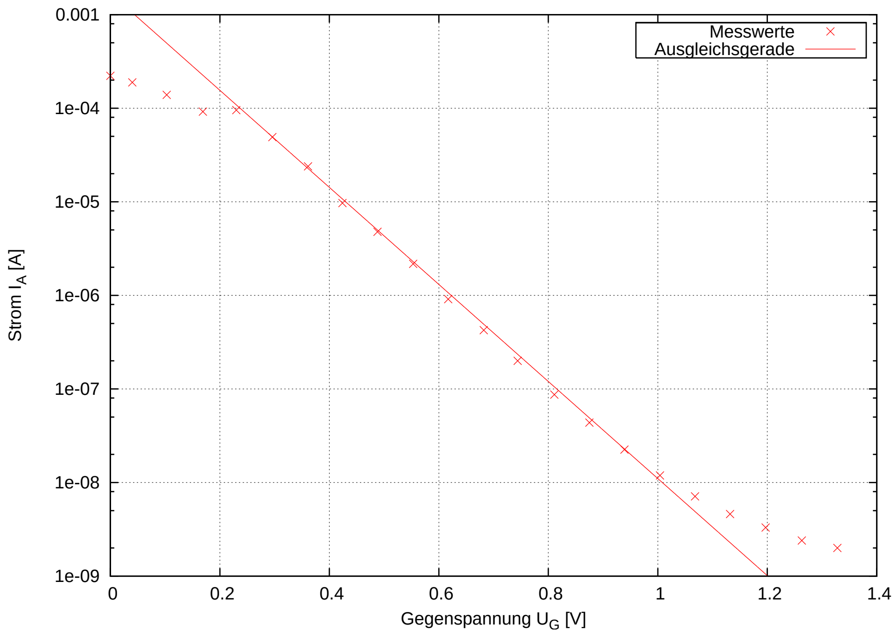
3 Auswertung & Aufgaben

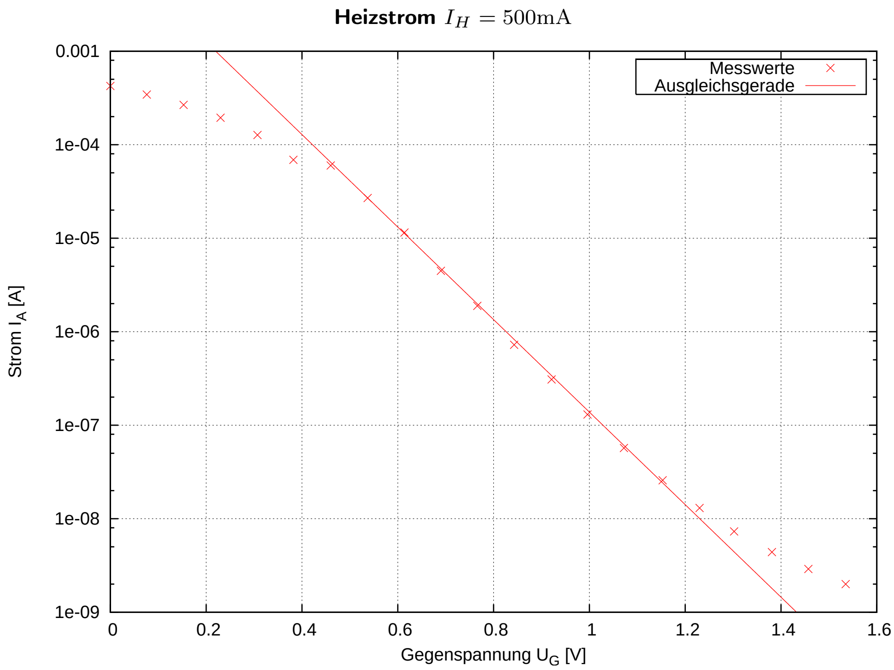
3.1 Berechnung der Kathodentemperatur

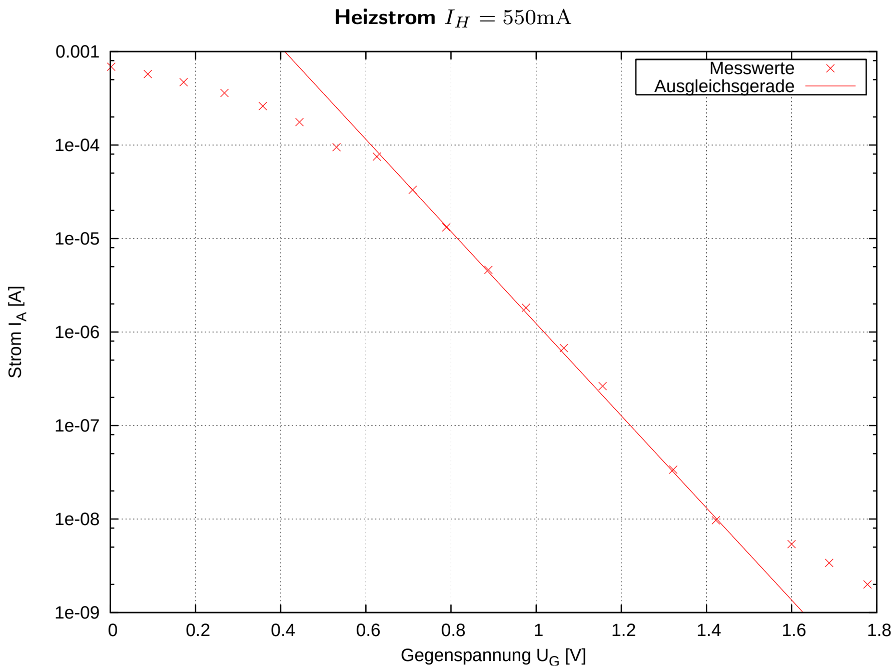
Zur Berechnung der Kathodentemperatur wurden die Messwerte logarithmisch aufgetragen und eine Ausgleichsgerade der Form $\ln I_A = m \cdot U_G + b$ ermittelt. Daraus läßt die Temperatur bestimmen, da $m = -\frac{e}{k_B T}$:

$$T = -\frac{e}{k_B m} \qquad \sigma_T = \frac{e}{k_B m**2}\sigma_m$$

Heizstrom $I_H = 450\mathrm{mA}$







Für die Ausgleichsgeraden gilt:

Heizstrom I_H	m	b
$450\mathrm{mA}$	-11.9431 ± 0.2292	-6.38063 ± 0.07253
$500\mathrm{mA}$	-11.3931 ± 0.1437	-4.40285 ± 0.0796
$550\mathrm{mA}$	-11.3464 ± 0.1506	-2.26218 ± 0.1089

Damit erhalten wir dann:

$$T_{I_H=450\mathrm{mA}} = (972 \pm 19)\mathrm{K} \qquad T_{I_H=500\mathrm{mA}} = (1019 \pm 13)\mathrm{K} \qquad T_{I_H=550\mathrm{mA}} = (1023 \pm 14)\mathrm{K}$$

3.2 Berechnung der Anodenaustrittsarbeit

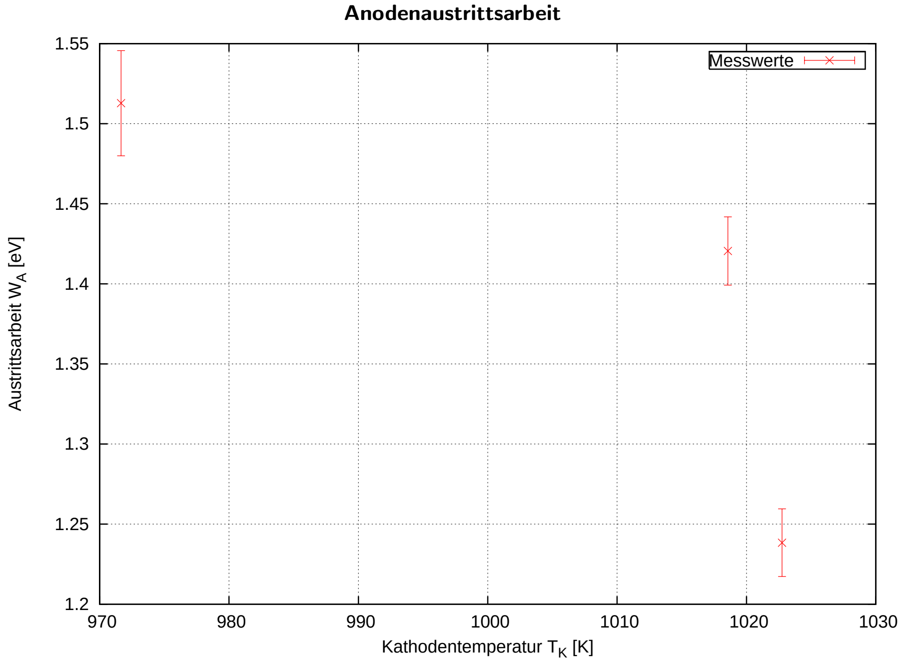
Für die Anodenaustrittsarbeit gilt:

$$W_A = k_B T \left(\ln(A_0 F T^2) - b\right) \qquad \sigma_{W_A} = \sqrt{(k_B \ln(A_0 F T^2) - k_B b + 2 k_B \sigma_T)^2 + (k_B T \sigma_b)^2}$$

wobei b der y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgerade im Diagramm ist.

Mit unserem Messwerte erhalten wir damit:

$$W_{A,I_H=450\mathrm{mA}} = (1.51 \pm 0.03)\mathrm{eV} \qquad W_{A,I_H=500\mathrm{mA}} = (1.42 \pm 0.21)\mathrm{eV} \qquad W_{A,I_H=550\mathrm{mA}} = (1.24 \pm 0.21)\mathrm{eV}$$



3.3 Der Schottky-Effekt

Der *Schottky-Effekt* bewirkt, dass bei hohen elektrischen Feldstärken die nötige Austrittsarbeitr sinkt. Dies lässt sich dadurch erklären, dass wenn ein Teilchen mit Ladung q den Leiter verlässt, es eine Influenzldung auf der Leiteroberfläche induziert. Dadurch wirkt auf es eine rücktreibende Kraft F_R. Befinde sich das Teilchen im Abstand r vom Leiter, so gilt nach dem Prinzp der Spiegelladung

$$F_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{(2r)^2} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}$$

Durch Integrieren ergibt sich für das Potential der rücktreibenden Kraft

$$W_R(r) = \Phi - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r}$$

Des weiteren liefert das angelegte elektrische Feld der Faldstärke E das Potential $W_E(r)$

$$W_E(r) = -\epsilon q r$$

dadurch ergibt sich also für das Gesamtpotential $W_{ges}(r)$

$$W_{ges}(r) = \Phi - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r - \epsilon q r}$$

Aus der Bedingung $\frac{dW_{ges}(r)}{dr} = 0$ folgt, dass für den Abstand $r_0 = \sqrt{\frac{q}{16\pi\epsilon_0 E}}$ die effektive Austrittsarbeit $\Phi_{eff} = W_g es(\sqrt{\frac{q}{16\pi\epsilon_0 E}}) = \Phi_0 - \sqrt{\frac{Eq^3}{4\pi\epsilon_0}}$ ihr Maximum erreicht und damit abhängig von der angelegten Feldstärke deutlich kleiner wird.

3.4 Emissionwirkungsgrad

Der Emissionswirkungsgrad η ist definiert als

$$\eta = \frac{I_S}{P_H}$$

wobei I_S der Emissionstrom und P_H die Heizleistung ist.
Der Emissionsstrom I_S läßt sich in unserem Fall direkt mit Hilfe der (2) angeben:

$$I_S(T) = A_R F T^2 e^{-\frac{W_K}{k_B T}}$$

Um die Heizleistung P_H zu berechnen, muss man das Absorbtionsvermögen des Körpers kennen. Da es sich hier um graue Strahler handelt gilt (Stefan-Boltzmann-Gesetz):

$$M(T) = \epsilon \sigma T^4$$

Wobei ϵ der spektrale Emmisionsgrad des Körpers und $\sigma = 5.6705 \cdot 10^{-12} \mathrm{W}/\mathrm{cm}^2\mathrm{K}^4$ die Konstante des Stefan-Boltzmann-Gesetzes ist. Wenn nun die Oberfläche F des Körpers bekannt ist gilt für die Heizleistung

$$P_H(T) = F \cdot M(T) = \epsilon \sigma F T^4$$

Damit gilt für den Emissionswirkungsgrad:

$$\eta = \frac{I_S}{P_H} = \frac{A_R F T^2 e^{-\frac{W_K}{k_B T}}}{\epsilon \sigma F T^4} = \frac{A_R}{\epsilon \sigma T^2} e^{-\frac{W_K}{k_B T}}$$

Da A_0, ϵ und W_K bekannt sind, fehlt nur die Temperatur T um die Emissionswirkungsgrad zu berechnen. Diese läßt sich mit Hilfe der *Richard-Dushman-Gleichung* aus der vorgegebenen Stromdichte j_s berechnen. Es gilt:

$$j_s = A_R T^2 e^{-\frac{W_K}{k_B T}}$$

bzw.

$$0 = \ln A_R + 2 \ln T - \frac{W_K}{k_B T} - \ln j_s = f(T)$$

Um die Nullstellen der Funktion $f(T)$ näherungsweise zu bestimmen, können verschiedenen numerische Verfahren (z.B. Newton Interation) eingesetzt werden. Wir erhalten als Lösung (mit Maple):

$$T_{Wolfram} = 2565.8499\mathrm{K} \qquad T_{Oxid} = 1183.4757\mathrm{K}$$

Damit erhalten wir dann für den Emissionswirkungsgrad

$$\eta_{Wolfram} = 0.0070 \,{}^{1}/_{\mathrm{V}} \qquad \eta_{Oxid} = 0.2366 \,{}^{1}/_{\mathrm{V}}$$