

# ST - Stirlingmotor

## Blockpraktikum Herbst 2005

Alexander Seizinger, Tobias Müller  
Assistent Florian Jessen

Tübingen, den 27. September 2005

### 1 Vorwort

In diesem Versuch ging es um die Messung von des idealen und realen Wirkungsgrades eines Stirlingmotors.

### 2 Theoretische Grundlagen

#### 2.1 Nullter Hauptsatz

In der Thermodynamik betrachten wir hauptsächlich thermodynamische Gleichgewichte. Der nullte Hauptsatz stellt sicher, dass sich nach hinreichend langer Zeit zwischen zwei thermodynamischen Systemen ein thermodynamisches Gleichgewicht einstellt. Aus diesem Grund müssen wir in den Experimenten stets eine Zeit lang abwarten bis sich die Temperatur zwischen Motor und Kühlwasser konstant einstellt (vgl. Versuch 1, Versuch 2).

#### 2.2 Erster Hauptsatz

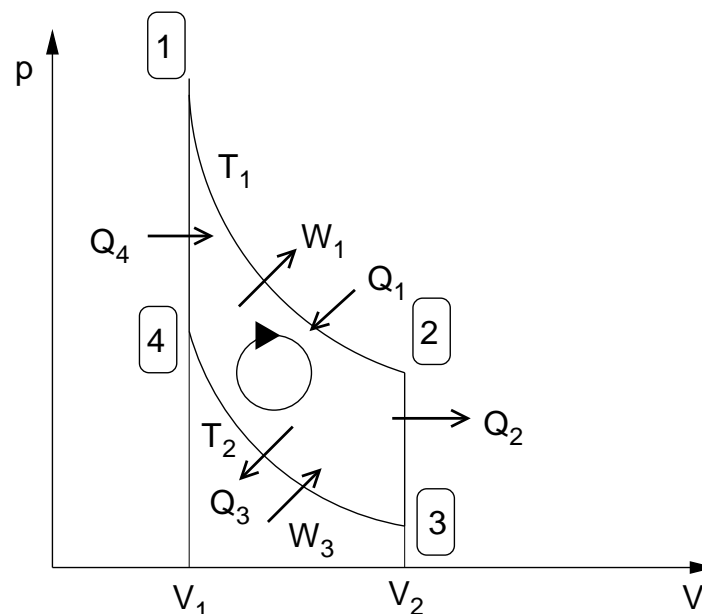
Der Stirlingmotor ist eine Wärmekraftmaschine, die einen Kreisprozess durchläuft. Hierbei interessiert vor allem die Energiebetrachtung (verrichtete Arbeit). Der erste Hauptsatz besagt, dass die Änderung der inneren Energie von der zugeführten Wärme und von der verrichteten Arbeit des Systems abhängt:

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Wir beschränken uns hierbei nur auf das Modell des idealen Gases, also gilt

$$pV = nRT$$

#### 2.3 Kreisprozess des Stirlingmotors



Der Stirlingmotor kann idealer Weise durch den in obiger Abbildung dargestellten idealen Kreisprozess qualitativ beschrieben werden. Er durchläuft folgende Zustandsänderungen:

- 1 → 2: isotherme Expansion
- 2 → 3: isochore Abkühlung
- 3 → 4: isotherme Kompression
- 4 → 1: isochore Erwärmung

## 2.4 Wirkungsgrad

Bei Wärmekraftmaschinen interessiert vor allem das Verhältnis von nutzbarer Energie  $W$  (verrichteter Arbeit) zu aufgewandter Energie  $Q$ , für den Wirkungsgrad  $\eta$  gilt

$$\eta = \frac{|W|}{Q}$$

Mit dem ersten Hauptsatz und wegen  $|Q_3| = |Q_4|$  gilt für den hier vorliegenden Kreisprozess:

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Aus dem ersten Hauptsatz und der Zustandsgleichung für ideale Gase folgt durch Integration

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_2 = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Für den idealen Wirkungsgrad (Carnot Wirkungsgrad) gilt dann

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Im Experiment berechnen wir den realen Wirkungsgrad über

$$\eta_r = \frac{W_r}{Q_r}$$

### 2.4.1 Zweiter Hauptsatz

Wir sehen, dass selbst der ideale Wirkungsgrad niemals den Wert 1 annehmen kann. Dies findet Begründung im zweiten Hauptsatz: Die Entropieänderung eines Systems ist nie negativ

$$\Delta S \geq 0$$

wobei die Entropieänderung über

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

definiert ist.

## 3 Versuchsdurchführung

- **Versuch 1: Bestimmung der Kolbenreibung mit Hilfe eines externen elektrischen Antriebs**

Hierzu bestimmen wir den Kühlmassendurchfluss  $dm/dt$ , die Temperaturerhöhung  $\Delta T$  des Kühlmassens und die Drehzahl  $f$  des Motors. Wir erhalten für die Energieabgabe pro Motorzyklus über die kalorische Zustandsgleichung

$$Q_{H_2O}^{V_1} = \frac{c\Delta T dm}{f dt}$$

- **Versuch 2: Ermitteln der real verrichteten Arbeit**

Uns interessiert die real zugeführte Energie  $Q_r$ . Hierzu ermitteln wir die zugeführte elektrische Energie pro Motorzyklus über

$$Q_r^{el} = \frac{UI}{f}$$

Mit dem ersten Hauptsatz ergibt sich

$$Q_r^{th} = W_r + Q' + Q_{H_2O}^{V_1}$$

wobei  $Q'$  die zusätzlich vom Gas an das Kühlwasser abgegebene Wärmemenge ist.

Über den pronyschen Zaun erhalten wir die Arbeit pro Zyklus über die abgegebene Leistung ( $P = D2\Pi f$ ) und das Drehmoment ( $D = r(mg + F_{Feder})$ ) zu

$$W_r^D = 2\Pi r(mg + F_{Feder})$$

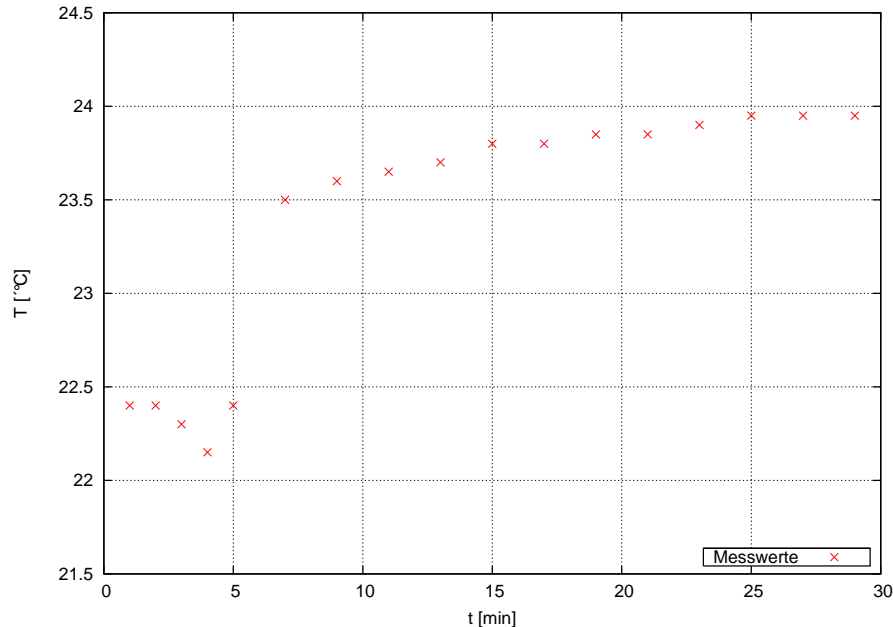
- **Versuch 3: Ermitteln des idealen Wirkungsgrades über das  $pV$ -Diagramm**

Hierbei wird über ein Druck- und ein Volumendifferenzmessgerät mittels eines Laserpointers die  $pV$ -Kurve aufgezeichnet und anschließend die Arbeit über die Fläche berechnet.

## 4 Auswertung

### 4.1 Versuch 1: Reibungsverluste $Q_R$

Um den Reibungsverlust  $Q_R$  pro Motorzyklus zu ermitteln, wurde unter der Voraussetzung dass die Reibungswärme komplett an das Kühlwasser abgegeben wird, der Motor von einem Elektromotor extern angetrieben. Die Energieabgabe an das Kühlwasser lässt sich ermitteln indem die Drehzahl  $f$  des Motors, sowie die der Kühlwasserdurchfluss  $\frac{dm}{dt}$  gemessen wurden. Die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  liest sich aus dem Diagramm ab.



Dann gilt nach der kalorischen Zustandsgleichung:

$$Q_R = Q_{H_2O} = \frac{c_{H_2O} \Delta T}{f} \frac{dm}{dt} = \frac{4.18 \text{ kJ} \cdot 1.8 \text{ K}}{5.15 \text{ Hzg}} \frac{0.1 \text{ kg}}{70 \text{ s}} \text{ J} = 2.09 \text{ J}$$

### 4.2 Versuch 2: Messung der real nutzbaren Arbeit $W_r^D$

Um die real nutzbare Arbeit zu ermitteln, wird die zugeführte elektrische Leistung, der Reibungsverluste sowie die erbrachte Arbeit gemessen.

Zuerst muss die über die Heizwendel zugeführte elektrische Leistung berechnet werden. Es gilt:

$$P_E = U \cdot I = 13.5 \text{ V} \cdot 12.8 \text{ A} = 172.8 \text{ W}$$

Nun interessiert, aber nur die Energie pro Motorzyklus, also

$$Q_E = \frac{P}{f} = \frac{172.8 \text{ W}}{3.1 \text{ Hz}} = 55.74 \text{ J}$$

Die abgegebene Leistung wird mit Hilfe eines Pronyschen Zaums bestimmt. Es gilt

$$P_L = D \cdot 2\pi f = r \cdot (F_G + F_F) \cdot 2\pi f = 0.25 \text{ m} \cdot (9.81 \cdot 0.1 + 0.27) \text{ N} \cdot 2\pi \cdot 3.1 \text{ Hz} = 6.09 \text{ W}$$

Nun kann daraus wieder die Energie pro Motorzyklus berechnet werden:

$$W_L = \frac{P}{f} = \frac{6.09 \text{ W}}{3.1 \text{ Hz}} = 1.89 \text{ J}$$

Die abgeführte Wärmemenge wird analog zu Versuch 1 aus der Kühlwassertemperatur berechnet.

$$Q_W = \frac{4.18 \text{ kJ} \cdot 12.05 \text{ K}}{3.1 \text{ Hzg}} \frac{0.1 \text{ kg}}{70 \text{ s}} \text{ J} = 23.21 \text{ J}$$

Eigentlich müsste  $Q_E = W_L + Q_W$  gelten, aber es bleibt eine Differenz von 30.64 J. Diese geht vermutlich an die Luft (Erwärmung) und wird somit in der Kühlwassermessung nicht berücksichtigt.

Berücksichtigt man diese Wärmemenge und berechnet den Wirkungsgrad unter der Annahme dass die zugeführte Leistung  $P = UI$  ist, erhält man:

$$\eta = \frac{W_L + Q_R}{Q_E - W_L} = 0.074$$

In Wirklichkeit geht  $Q_R$  ja aber auch verloren und somit ist der wirkliche Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{W_L}{Q_E - W_L} = 0.035$$

### 4.3 Versuch 3: pV-Diagramm

Um den Flächeninhalt und damit die erbrachte Leistung zu ermitteln, müssen zu erst die Koordinatenachsen geeicht werden. Dabei entsprechen 98mm einer Volumenänderung von 150ml und 100mm einer Druckänderung von 0.5Bar. Damit gilt:

$$W = 2692\text{mm}^2 \frac{150\text{ml}}{98\text{mm}} \frac{0.5\text{Bar}}{100\text{mm}} = 20.6\text{mlBar} = 2.06\text{J}$$

Für die zugeführte elektrische Leistung gilt analog zu Versuch 2:

$$Q = \frac{PU}{f} = \frac{13.02\text{V} \cdot 13.2\text{A}}{4.8\text{Hz}} = 35.81\text{J}$$

Damit gilt für den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{2.06\text{J}}{35.81\text{J}} = 0.058$$

Die beiden Meßmethoden liefern erstaunlicherweise ähnliche Werte, obwohl sie an unterschiedlichen Aparaturen ermittelt wurden. Der schlechte Wirkungsgrad wird im pV-Diagramm ersichtlich, da hier nicht wirklich isotherme und isochore Prozesse stattfinden.

### 4.4 Messdaten

#### 4.4.1 Temperaturmessung Versuch 1

t [min]	T [°C]
1	22.4
2	22.4
3	22.3
4	22.15
5	22.4
7	23.5
9	23.6
11	23.65
13	23.7
15	23.8
17	23.8
19	23.85
21	23.85
23	23.9
25	23.95
27	23.95
29	23.95