FE - Feldemmision
Blockpraktikum Herbst 2005

Alexander Seizinger, Tobias Müller
Assistent Waldermar Kaiser

Tübingen, den 6. Oktober 2005

1 Vorwort

In diesem Versuch untersuchten wir, unter welchen Bedingungen der Tunneleffekt Elektronen ermöglicht, eine Metallspitze zu verlassen und bestimmten im zweiten Teil die Austrittsarbeit von Barium.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Potentialkasten

Im nicht angeregten Zustand können die Elektronen das Metall klassisch nicht verlassen, ihnen fehlt die nötige Energie zur Überwindung der Potentialdifferenz vom Metall zum Vakuum. Um aus diesem *Potentialkasten* auszubrechen kann man den Elektronen z.B. thermische Energie zuführen (*glühelektrsicher Effekt*). Die Energie im nicht angeregten Zustand bei $T = 0$ bezeichnet man als *Fermienergie* E_F, die Differenz zum Potential ausserhalb des Metalls als *Austrittsarbeit* Φ.

2.2 Potentialwall

Legt man jedoch ein starkes elektrisches Feld an, so wird aus dem Potentialkasten ein *Potentialwall*, dass heisst die Energie des Teilchens ist nur auf einer endlichen Intervallbreite b zu gering. Klassisch bleibt diese Barriere für das Teilchen weiterhin unüberwindbar, in der Quantenmechanik erlaubt aber die *Orts-Impuls Unschärfe* unter Umständen ein Überwinden des Potentialwalls, ohne dass dem Teilchen zusätzliche Energie zugeführt wird. Nach Heisenberg gilt

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \tag{1}$$

wobei Δx die Ortsunschärfe, Δp die Impulsunschärfe und $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ist. Damit das Teilchen die Barriere überwinden kann muss seine Ortsunschärfe Δx mindestens der zu überwindenden Intervallbreite b entsprechen, also

$$\Delta x = b \tag{2}$$

Für den Impuls p des Teilchens gilt $p = p_0 + \Delta p$, wobei Δp maximal in der Größenordnung von p_0 liegen kann, mit Gleichung 1 gilt dann

$$p_0 \cdot \Delta x \geq \hbar$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{p_0} \approx \lambda$$

wobei λ die Wellenlänge des Teilchens nach De-Broglie bezeichnet.

2.3 Notwendige Feldstäke

Im folgenden betrachten wir als Teilchen stets Elektronen, wobei e die Elementarladung eines Elektrons bezeichnet. Damit die Intervallbreite b hinreichend klein wird sind sehr hohe Feldstärken nötig. Unter der Annahme, dass das Potential $V(x)$ ausserhalb linear mit $e\epsilon x$ abfällt, lässt sich die Breite b geometrisch abschätzen durch

$$b = \frac{\Phi}{e\epsilon}$$

Mit der Näherung aus Gleichung 2 gilt dann

$$\lambda \approx \frac{\Phi}{e\epsilon}$$

Setzt man konkrete Werte ein ergeben sich sehr hohe Feldstärken ($\sim 10^10\mathrm{V}$), um diese lassen sich technisch nur mit sehr feinen Metallspitzen realisieren.

2.4 Austrittsarbeit Φ

Die *Fowler-Nordheim-Gleichung* beschreibt den Zusammenhang zwischen der durch eine Metallspitze fliessenden Stromstärke I und der angelegten Feldstärke E:

$$I = P\frac{U^2}{\Phi} \cdot e^{-Q\frac{\Phi^{\frac{2}{3}}}{U}}$$

wobei P und Q Proportinalitätskonstanten sind. Für die Bestimmung der Austrittsarbeit von Barium sind diese jedoch nicht von Bedeutung, da sie sich später kürzen werden.

Trägt man in einem Diagramm $ln(\frac{I}{U^2} \cdot const)$ gegen $\frac{1}{U}$ auf so erhält man eine Gerade, deren Steigung m man bestimmt. Da die Austrittsarbeit von Wolfram Φ_W bekannt ist lässt sich die von Barium Φ_B durch

$$\frac{m_B}{m_W} = \frac{\Phi_B^{\frac{3}{2}}}{\Phi_W^{\frac{3}{2}}} \tag{3}$$

ermitteln.

3 Aufgaben & Auswertung

3.1 Tunneleffekt

In der Quantenmechanik wird ein Teilchen durch eine Wellenfunktion $\Psi(\vec{x}, t)$ beschrieben, die im allgemeinen von Ort und zeit abhängig ist. Diese Funktion selbst besitzt keine anschauliche Bedeutung, jedoch kann ihr Betragsquadrat $|\Psi|^2$ als Aufenthaltswahrscheinlichkeit gedeutet werden, beispielsweise wäre für einen zeitfreies, eindimensionales Problem

$$\int_a^b |\Psi(x)|^2 dx = P(ab)$$

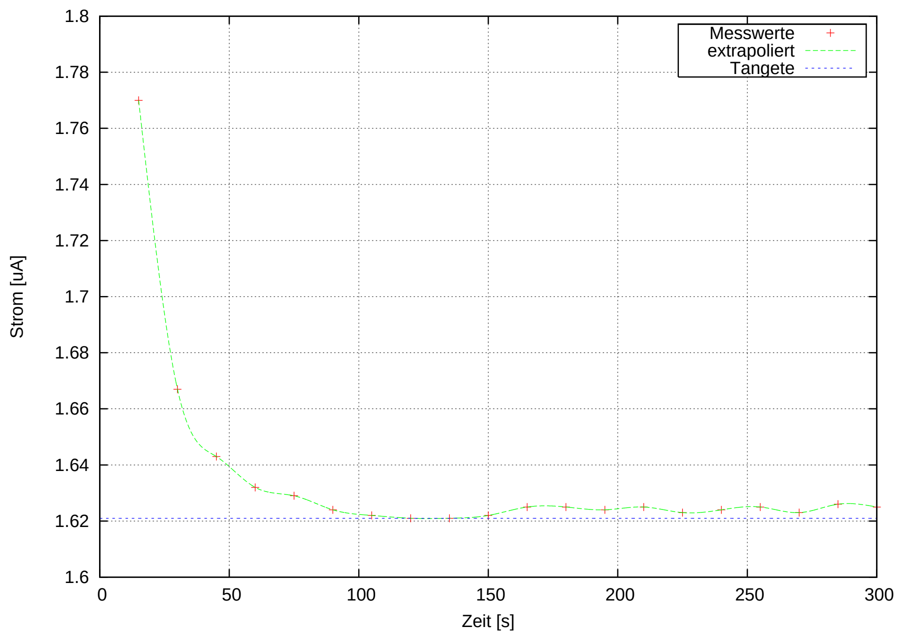
die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Teilchens im Intervall $[a, b]$.
Die Ψ-Funktion bestimmt man z.B. durch Lösen der *Schrödingergleichung*

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{x}, t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{x}, t)$$

,wobei $\hat{H}$ der Hamiltonoperator ist und dort u.a. unser Potential eingeht, und Normieren (Aufenthaltswahrscheinlichkeit im gesamten Raum ist 1). Löst man diese für eine für einen Potentialkasten so stellt man fest, dass jenseits der Kastenränder die Aufenthaltswahrscheinlichkeit > 0 ist. Das Teilchen befindet sich also mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ausserhalb des Potentialkasten. Ähnlich verhält es sich beim Potentialwall:
Die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen hinter der Barriere anzutreffen ist zwar deutlich kleiner als davor aber größer 0. Auch hier kann das Teilchen mit einer geringen Wahrscheinlichkeit „durchtunneln“, was klassisch unmöglich ist. In makroskopischen Längenskalen tritt dieser Effekt allerdings nicht auf, da die Wahrscheinlichkeit exponentiell mit der Breite der Barriere abnimmt, und damit sehr schnell beliebig klein wird.

3.2 Vakuumbestimmung

Zur Bestimmung des Vakuums wurde gemessen wie lange es dauert, bis die Spitze wieder mit Luftmolekülen besetzt ist.



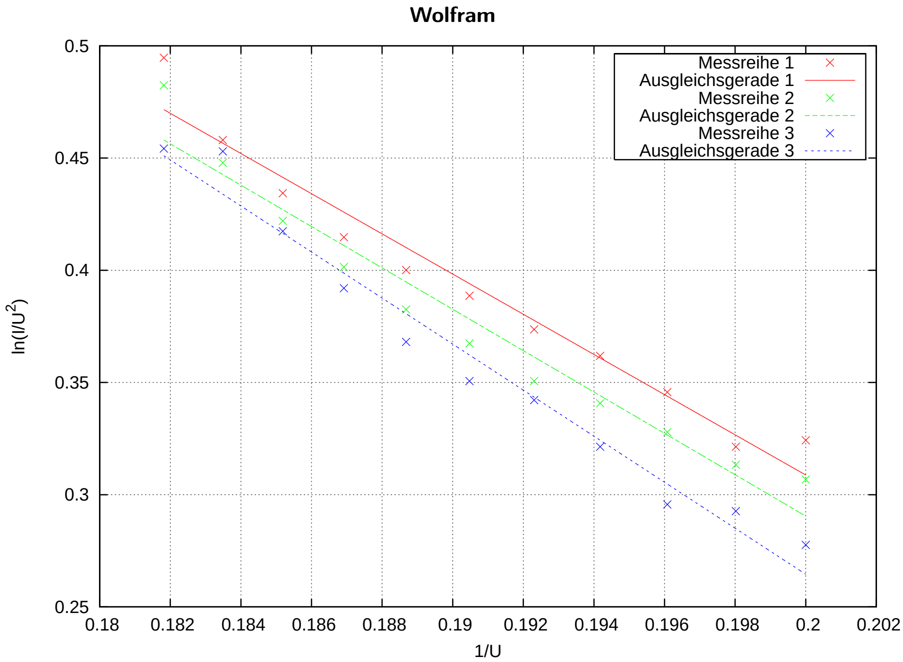
Man sieht im Diagramm sehr schön, dass sich die Stromstärke nach etwa $\Delta t = 120\text{s}$ eingependelt hat. Damit läßt sich jetzt der Druck in der Vakuumröhre nach berechnen:

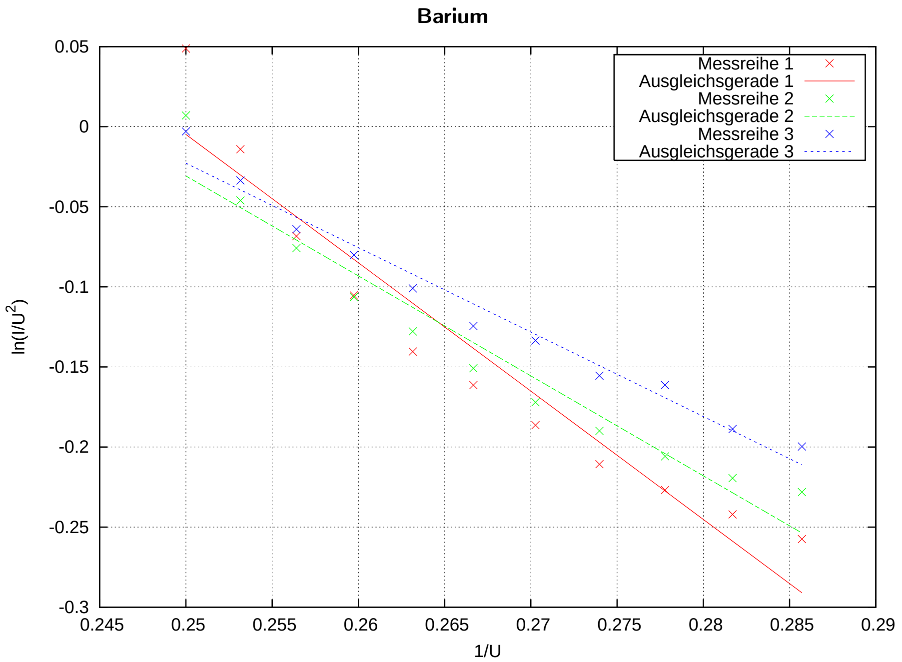
$$p \approx \frac{10^{-4}\text{Pas}}{\Delta t} = \frac{10^{-4}\text{Pas}}{120\text{s}} = 8.3\mu\text{Pa}$$

Der geringe Druck ist wichtig, weil sonst die Luftmoleküle E-Felder aufbauen können, welche die Messung verfälschen! Außerdem würde die Spitze schneller mit Luftmolekülen besetzt.

3.3 Bestimmung der Austrittsenergie von Barium

Um die Austrittsenergie des Bariums zu bestimmen wurden Kurven von Barium und Wolfram, dessen Austrittsenergie bekannt ist, aufgenommen. Aus dem Verhältnis der Steitungen in einem $\frac{1}{U}$-$\ln\frac{I}{U^2}$ Diagramm läßt sich damit die Austrittsarbeit des Bariums berechnen.





Aus den Diagramme erhalten wir die Steigungen:

	Steigung 1	Steigung 2	Steigung 3	Mittelwert	Std-Abweichung
Wolfram	-8.91904	-10.2552	-10.2572	-9.8105	0.6303
Barium	-5.08477	-5.27169	-5.27177	-5.2094	0.0881

Es gilt:

$$\frac{m_{Ba}}{m_W} = \frac{\Phi_{Ba}^{\frac{3}{2}}}{\Phi_W^{\frac{3}{2}}}$$

und damit

$$\Phi_{Ba} = \left(\frac{m_{Ba}}{m_W}\right)^{\frac{2}{3}} \Phi_W \qquad \sigma_{\Phi_{Ba}} = \sqrt{\left(\frac{2\Phi_W m_{Ba}}{3\left(\frac{m_{Ba}}{m_W}\right)^{\frac{1}{3}} m_W^2}\sigma_{m_W}\right)^2 + \left(\frac{2\Phi_W}{3\left(\frac{m_{Ba}}{m_W}\right)^{\frac{1}{3}} m_W}\sigma_{m_B}\right)^2}$$

Mit unseren Meßwerten erhalten wir:

$$\Phi_{Ba} = (2.92 \pm 0.13)\mathrm{eV}$$

Das liegt etwas über dem Literaturwert von $2,52\mathrm{eV}$, was sicher unter anderem darauf zurückzuführen ist, das wir bei der Bariummessung nicht immer zwischendrin aufgeheizt haben.

3.4 Bild auf der Röhre

Die austretenden Elektronen werden zur Röhre hin beschleunigt und treffen dort auf. Diese ist wie eine Braunsche Röhre beschichtet und wird durch die auftreffenden Elektronen zum Leuchten angeregt.

3.5 Kleinste Spitze

Laut Spektrum der Wissenschaft ist es möglich, durch spezielle Verfahren (Afdampfen, Ätzen, etc.) Spitzen zu erzeugen, die im Extremfall nur noch ein Atom breit sind. Evtl. könnte man auch mit einem Rasterkraftmikroskop eine entsprechend feine Spitze bauen.

3.6 Abschätzung für Tunnelstrom

Siehe Abschnitt theoretische Grundlagen