

# WB - Wechselstrombrücke Blockpraktikum Frühjahr 2005

Alexander Seizinger, Tobias Müller  
Assistent René Rexer

Tübingen, den 25. September 2005

## 1 Einführung

Das Ziel dieses Versuches ist es, Widerstände im Wechselstromkreis zu bestimmen.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Komplexe Wechselstromlehre

An einen Stromkreis liege eine sinusförmige Wechselspannung  $U(t) = U_0 \cdot \cos \omega t$  an. Die Stromstärke  $I$  ändert sich dann ebenfalls periodisch, es gilt

$$I(t) = I_0 \cdot \cos \omega t$$

Mit der eulerschen Identität  $\exp^{i\varphi} = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$  lassen sich Spannung und Stromstärke auch komplex darstellen:

$$U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t} \quad I(t) = I_0 \cdot e^{i\omega t}$$

wobei die tatsächlich messbaren Werte nur dem Realteil entsprechen.

### 2.2 Widerstände im Wechselstromkreis

#### 2.2.1 Spule

Legt man an eine Spule der Induktivität  $L$  eine Wechselspannung  $U_{\sim}$  mit Kreisfrequenz  $\omega$  an, so gilt nach der Kirchhoffschen Maschenregel

$$U_{\sim}(t) + U_L(t) = 0 \quad , \quad \text{wobei } U_{\sim}(t) = U_0 \sin \omega t \quad (1)$$

Die Spule induziert eine Gegenspannung  $U_L = -L \frac{dI}{dt}$ . Mit Gleichung (1) ergibt sich also:

$$U_0 \sin \omega t \cdot \frac{1}{L} = \frac{dI(t)}{dt}$$

Durch Integrieren erhält man:

$$I(t) = -\frac{U_0}{\omega L} \cdot \cos \omega t$$

und für den Widerstand  $iZ_L$  im Wechselstromkreis

$$Z_L = \omega L$$

bzw. für den komplexen Widerstand  $\tilde{Z}_L$ :

$$\tilde{Z}_L = i \cdot \omega L$$

#### 2.2.2 Kondensator

Analog zur Spule gilt bei einem Kondensator der Kapazität  $C$ , an den eine Wechselspannung angelegt wird:

$$U_{\sim}(t) + U_C(t) = 0$$

Für die am Kondensator abfallende Spannung gilt:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$$

In Gleichung (1) eingesetzt und nach  $Q(t)$  aufgelöst ergibt sich:

$$Q(t) = -U_0 \sin \omega t \cdot C$$

Da  $I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$ :

$$I(t) = U_0 \cos \omega t \cdot C\omega$$

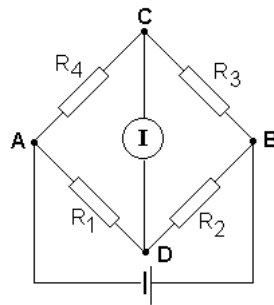
also für den Widerstand  $Z_C$ :

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

bzw. für den komplexen Widerstand  $\tilde{Z}_C$ :

$$\tilde{Z}_C = \frac{-i}{\omega C}$$

### 2.3 Wheatstone-Brücke im Gleichstromfall



Im abgeglichenen Zustand (Das Ampère-Meter misst keinen Strom) fällt an den Widerständen  $R_1$ ,  $R_4$  und  $R_2$ ,  $R_3$  dieselbe Spannung ab. Es gilt also

$$I_1 R_1 = U_1 = U_4 = I_4 R_4$$

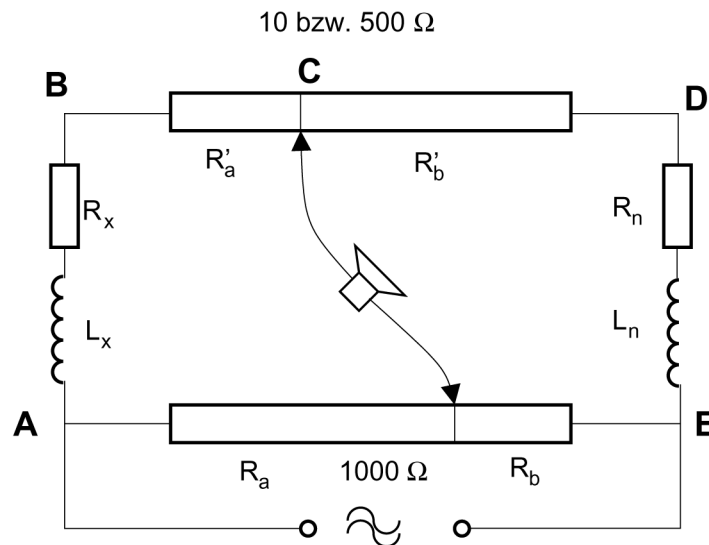
$$I_1 R_2 = U_2 = U_3 = I_4 R_3$$

und damit

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

Wenn nun ein Widerstand (z.B.  $R_1$ ) unbekannt ist, läßt er sich errechnen, wenn das Verhältnis von  $R_4$  zu  $R_3$  und  $R_2$  bekannt sind.

### 3 Versuchsdurchführung



Nach Aufbau des Versuches wurde immer ein Vergleichselement ( $R_n, L_n$ ) und ein zu messendes Element ( $R_x, L_x$ ) (bzw. 2 Stück bei Parallelschaltung, etc.) an die Brücke angeschlossen und dann immer die Werte der beide Potentiometer notiert, wenn im Kopfhörer kein Ton mehr zu hören war.

### 4 Auswertung

#### 4.1 Kondensator

##### 4.1.1 Einzelmessung C2X1

$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$C_{Vergleich}$ [ $\mu F$ ]	$C_{errechnet}$ [ $\mu F$ ]
872	128	0,97	0,142
605	395	0,226	0,148

##### 4.1.2 Einzelmessung C2X2

$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$C_{Vergleich}$ [ $\mu F$ ]	$C_{errechnet}$ [ $\mu F$ ]
391	609	0,97	1,511
130	870	0,226	1,513

## 4.1.3 Parallelschaltung von C2X1 und C2X2

$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$C_{Vergleich}$ [ $\mu F$ ]	$C_{errechnet}$ [ $\mu F$ ]	$C_{erwartet}$ [ $\mu F$ ]
364	636	0,97	1,695	$1,511 + 0,142 = 1,653$
120	880	0,226	1,657	$1,513 + 0,148 = 1,661$

## 4.1.4 Reihenschaltung von C2X1 und C2X2

$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$C_{Vergleich}$ [ $\mu F$ ]	$C_{errechnet}$ [ $\mu F$ ]	$C_{erwartet}$ [ $\mu F$ ]
876	124	0,97	0,137	$\frac{1,511 \cdot 0,142}{1,511 + 0,142} = 0,130$
626	374	0,226	0,135	$\frac{1,513 \cdot 0,148}{1,513 + 0,148} = 0,139$

## 4.2 Spule

## 4.2.1 Einzelmessung L2X1

$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$L_{Vergleich}$ [mH]	$L_{errechnet}$ [mH]
585	415	43,7	61,6

## 4.2.2 Einzelmessung L2X2

$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$L_{Vergleich}$ [mH]	$L_{errechnet}$ [mH]
580	410	43,7	61,82

## 4.2.3 Bestimmung der Gegeninduktivität

Messung	$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$L_{Vergleich}$ [mH]	$L_{errechnet}$ [mH]	$M$ [mH]
Gleichsinnig	770	230	43,7	146,3	$\frac{146,3 - 61,6 - 61,82}{2} = 5,72$
Gegensinnig	760	240	43,7	138,4	$\frac{138,4 - 61,6 - 61,82}{-2} = -7,49$

## 4.3 Fragen zur Auswertung

1. a)

$$|Z| = \sqrt{R^2 - \omega^2 L^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega L}{R}$$

b)

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{-1}{\omega C R}$$

c)

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

2. Zeigerdiagramme sind als Anlage beigefügt.

## 3. Größenabgleich und Phasenabgleich

Um die unbekanntenen Größen zu ermitteln, muss die Brücke ausgeglichen werden. Das ist genau dann der Fall, wenn über den Kopfhörer kein Strom mehr fließt, also kein Ton mehr zu hören ist. Im abgeglichenen Fall ist dann also der Strom über beide Wege der Brücke gleich ( $I_{Z_x} = I_{Z_n}$ ). Außerdem ist der Strom über beide Hälften des Potentionmeters gleich ( $I_{R_a} = I_{R_b}$ ).  $U_{Z_x}$  ist die Spannung die an  $R_x$ ,  $L_x$  und  $R'_a$  abfällt und  $U_{Z_n}$  die Spannung die an  $R_n$ ,  $L_n$  und  $R'_b$  abfällt. Es gilt also:

$$I_{Z_x} = \frac{U_{Z_x}}{Z_x} = \frac{U_{Z_n}}{Z_n} = I_{Z_n}$$

$$I_{R_a} = \frac{U_{Z_x}}{R_a} = \frac{U_{Z_n}}{R_b} = I_{R_b}$$

und somit also auch

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{Z_x}{Z_n} \quad (2)$$

bzw.

$$\tan \varphi_x = \frac{Z_x}{R_a} = \frac{Z_n}{R_b} = \tan \varphi_n \quad (3)$$

4. Für die Blindwiderstände gilt bei abgeglicherer Brücke:

$$\frac{\omega L_x - \frac{1}{\omega C_x}}{\omega L_n - \frac{1}{\omega C_n}} = \frac{R_a}{R_b}$$

Für die Verlustwiderstände gilt

$$\frac{R_x + R'_a}{R_n + R'_b} = \frac{R_a}{R_b}$$

bzw.

$$R_x = \frac{R_a}{R_b} \cdot (R_n + R'_b) - R'_a$$

5. Zeigerdiagramme sind als Anlage beigefügt.

## 5 Ergebnisse

Es ist erstaunlich wie gut die gemessenen Werte der Kondensatoren und die daraus zu erwartenden Werte für Parallel- und Reihenschaltung mit den gemessenen übereinstimmen, obwohl die Ablesegenauigkeit des Versuches nur sehr begrenzt ist. Bei den Messungen an der Spule fällt leider auf das die Messwerte bei gegensinniger und gleichsinniger Wicklung sehr ähnlich sind.